

Prüfung

Aktivitätsanalyse und Kostenbewertung (11018)

Prüfer: Jun. Prof. Dr. Schöndube

Sommer 2009

Hinweise:

Die Prüfung umfasst 9 Aufgaben, die alle zu bearbeiten sind. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 min. Es sind insgesamt 120 Punkte zu erzielen. Hinter jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Punkte bei der entsprechenden Aufgabe zu erzielen sind.

Es werden ausschließlich die Eintragungen auf diesem Lösungsbogen gewertet, für Nebenrechnungen wird Extra-Papier ausgeteilt.

Zugelassene Hilfsmittel: Elektronische Hilfsmittel lt. Aushang des Prüfungsausschusses, Geodreieck.

Die Heftung des Lösungsbogens darf nicht gelöst werden!

Name:

Matrikelnummer:

Fakultät:

Aufgabe 1: Verfahrenswahl (12 Punkte)

Fritz besitzt einen Blumenladen. Bisher bezog Fritz die Rosen von einem Blumengroßhändler in Magdeburg. Dieser verlangt je Rose 0,20 € sowie einen festen Kostenanteil von 50 € pro Monat. Von einem Bekannten erfährt Fritz, dass er die Rosen auch für 0,10 € pro Stück von einem Großhändler aus den Niederlanden kaufen könnte. Dann fielen jedoch monatliche Fixkosten in Höhe von 100 € an.

In den Sommermonaten könnte Fritz jedoch auch eine beliebige Anzahl von Rosen von einer alten Dame mit einem großen Garten voller Rosen zu einem Festpreis von 200 € pro Monat beziehen.

- a) Bestimmen Sie die monatlichen Kosten der einzelnen Alternativen in Abhängigkeit der Menge an Rosen (x)!

A: Rosenhändler aus Magdeburg: $K_A(x) =$

B: Rosenhändler aus den Niederlanden: $K_B(x) =$

C: Alte Dame: $K_C(x) =$

- b) Bestimmen Sie Fritz minimalen monatlichen Kosten (Kostenfunktion) in Abhängigkeit von x in den Sommermonaten.

$$K(x) = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

- c) Welche Bezugsalternative wird Fritz wählen, wenn er in einem Wintermonat 2.000 Rosen benötigt?

Aufgabe 2: Kostenfunktionen (12 Punkte)

Gegeben sei folgende Kostenfunktion: $K(x) = 36 + 4x^2 - 8x$.

- a) Berechnen Sie die Durchschnittskosten (DK), die variablen Durchschnittskosten (VDK) sowie die Grenzkosten (GK) der Kostenfunktion an der Stelle $x = 20$!

DK =

VDK =

GK =

- b) Wie lautet das Minimum der Durchschnittskostenfunktion?

$x =$

- c) Führen Sie eine affin-lineare Approximation des Kostenverlaufs durch, indem Sie die Gleichung der Sekante durch die Punkte $[\underline{x} = 0.5, K(0.5)]$ und $[\bar{x} = 2, K(2)]$ bestimmen (Schmalenbachs mathematische Kostenauflösung). Bestimmen Sie die approximierten Kostenfunktion!

$K^A(x) =$

Aufgabe 3: Lineare Aktivitätsanalyse (18 Punkte)

Ein Waffelfabrikant produziert die weltberühmten Waffelkisten, die mit Vanillewaffeln (r_1) sowie Schokowaffeln (r_2) bestückt sind. Eine Waffelkiste enthält wahlweise (I) zwei Vanillewaffeln und drei Schokowaffeln, (II) fünf Vanillewaffeln und zwei Schokowaffeln oder (III) sechs Vanillewaffeln und nur eine Schokowaffel.

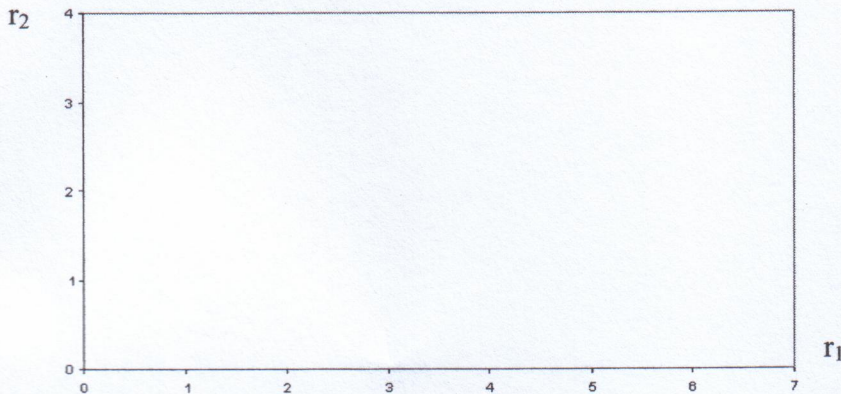
a) Geben Sie die linear-limitationale Produktionsfunktion für jeden der drei Prozesse an:

(I) $x =$

(II) $x =$

(III) $x =$

b) Stellen Sie die Produktionsprozesse in einem (r_1 - r_2)- Diagramm dar und kennzeichnen Sie die effizienten Prozesse mit (E).



c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und den Definitionsbereich der Isoquante bei Kombinationen der Prozesse (I) und (III) für eine Ausbringungsmenge von $x = 1$!

$r_2(r_1) =$

Definitionsbereich:

d) Bestimmen Sie für den Faktorpreisvektor $\pi^T = (2, 3)$ die Steigung der Isokostengerade. Welcher Prozess ist für $x=1$ kostenminimal. Wie hoch sind die minimalen Kosten?

Steigung der Isokostengerade:

Kostenminimaler Prozess:

Minimale Kosten:

Aufgabe 4: Gutenberg Modell (8 Punkte):

Zum Betrieb einer Maschine wird eine Bedienungskraft benötigt, deren Lohnkosten 72€ je Arbeitsstunde betragen. Die Werkzeugkosten je Ausbringungseinheit steigen (im relevanten Bereich) linear mit der Intensität an. Bei der Mindestintensität von 5 Stück pro Stunde betragen sie 5 €, der Anstieg beträgt 0,5. Weitere Kosten sind nicht relevant.

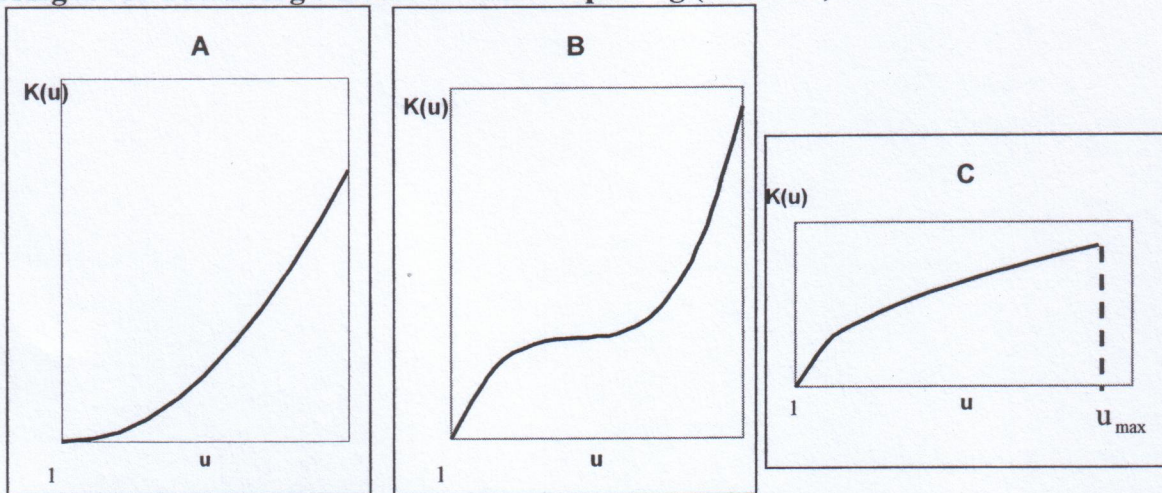
Bestimmen Sie die variablen Stückkosten als Funktion der Intensität u :

$k(u) =$

Bestimmen Sie die optimale Intensität u^* :

$u^* =$

Aufgabe 5: Gutenberg Modell: Intensitätssplitting (8 Punkte):



Die drei Grafiken A, B und C zeigen jeweils auf der Abszisse die Intensität u und auf der Ordinate die Gesamtkosten in Abhängigkeit der Intensität $K(u)$.

- a) In welchen der drei Grafiken ist Intensitätssplitting vorteilhaft? _____
- b) Zeichnen Sie jeweils für eine Mindestintensität von $\underline{u} = 1$ die optimale Splittingintensität in die entsprechenden Grafiken ein.

Aufgabe 6: Produktionsprogrammplanung (18 Punkte)

Ein Unternehmen fertigt auf seiner Maschine drei Produkte, deren Daten wie folgt gegeben sind.

Produkt	1	2	3
Absatzpreis pro Stück	9	11	13,5
Variable Stückkosten	7	10	9
Absatzobergrenze	1.500	800	2.000
Maschinenminuten pro Stück	0,4	0,5	1,5

Eine Maschinenminute kostet € 0,5. Diese Kosten sind bereits in den variablen Stückkosten der Tabelle enthalten.

- a) Es stehen 4.600 Maschinenminuten zur Verfügung. Wie lautet das optimale Produktionsprogramm? (x_1, x_2, x_3 = Produktionsmengen der Produkte 1,2,3):

$x_1 =$ _____ $x_2 =$ _____ $x_3 =$ _____

- b) Wie ändert sich die Lösung zu a), wenn nur 2.550 Maschinenminuten zur Verfügung stehen? Wie hoch ist der Betriebswert einer Maschinenminute?

$x_1 =$ _____ $x_2 =$ _____ $x_3 =$ _____

Betriebswert: _____

- c) Angenommen neben der Maschinenkapazität ist auch noch Fertigungszeit knapp; es stehen 6.300 Minuten zur Verfügung. Produkt 1 benötigt 1.2 Fertigungsminuten pro Stück, Produkt 2 1.5 min und Produkt 3 4.5 min. Es stehen weiterhin 2.550 Maschinenminuten zur Verfügung. Wie lautet jetzt das optimale Produktionsprogramm?

$x_1 =$ _____ $x_2 =$ _____ $x_3 =$ _____

Aufgabe 7: Bestellmengenmodell-Variante: Lieferantenproblem: (12 Punkte)

Eine Teppichmanufaktur produziert Orientteppiche im Handknüpfverfahren. Pro Jahr werden x Quadratmeter Teppich fertig. Die Knüpfer werden täglich entlohnt, sie erhalten je Quadratmeter 2 GE. Das Material für einen Quadratmeter kostet 1,2 GE. Für die Abholung einer Lieferung behält der Exporteur einen festen Betrag von 4 GE ein. Teppiche werden bis zur Abholung gelagert. Der Lagerkostensatz beträgt 0,32 GE pro Stück und Jahr.

a) Stellen Sie die Kostenfunktion pro Jahr der Manufaktur in Abhängigkeit von der Anzahl der Quadratmeter Teppich x und der Menge an Quadratmetern Teppich je Abholung durch den Exporteur q auf:

$$K(x, q) =$$

b) Wie viel Quadratmeter Teppich sollte der Manufakturbesitzer optimalerweise je Ablieferung zusammenkommen lassen?

$$q^*(x) =$$

c) Wie hoch sind die Gesamtkosten, wenn in der Teppichmanufaktur 324 Quadratmeter Teppich im Jahr gefertigt werden?

Aufgabe 8: Nicht-Lineare Optimierung (7 Punkte)

Betrachten Sie das folgende nicht-lineare Programm:

$$\max x_1^2 + 2x_2$$

u.d.N.

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Überprüfen Sie, ob die Lösung $(x_1=2, x_2=1, \lambda=1)$ die Kuhn-Tucker Bedingungen erfüllt!

Lagrangefunktion:

Überprüfung:

Aufgabe 9: Lineare Optimierung (25 Punkte)

Ein Unternehmen bestimmt sein optimales Produktionsprogramm über die Lösung des folgenden linearen Optimierungsproblems.

Zielfunktion (max. DB): $\max Z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$

Nebenbedingungen:

NB 1: Kapazitätsrestriktion: $0,5x_1 + x_2 + 0,4x_3 \leq 1.800$

NB 2: Absatzobergrenze x_1 : $x_1 \leq 3.000$

NB 3: Absatzobergrenze x_2 : $x_2 \leq 400$

NB 4: Absatzobergrenze x_3 : $x_3 \leq 2.500$

NNB: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

x_1, x_2, x_3 sind die Produktionsmengen der Produkte 1,2,3. Bezeichne zudem x_4, x_5, x_6, x_7 die Schlupfvariablen der Nebenbedingungen 1,2,3,4.

Das vorletzte Simplextableau ist gegeben durch:

Basis	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	q
x_1	3.000	1	0	0	0	1	0	0	
x_6	100	0	0	-0,4	-1	0,5	1	0	
x_2	300	0	1	0,4	1	-0,5	0	0	
x_7	2.500	0	0	1	0	0	0	1	
Z	10.200	0	0	-0,4	4	1	0	0	

a) Führen Sie den letzten Schritt des Simplexalgorithmus durch. Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die folgende Tabelle ein:

Basis	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Z								

b) Welche Mengen der drei Produkte werden im Optimum hergestellt?

$x_1 =$ _____ $x_2 =$ _____ $x_3 =$ _____

c) Wie groß ist der Schattenpreis für zusätzliche Kapazität? _____

d) Lohnt sich ceteris paribus eine Ausweitung der Absatzobergrenze von Produkt 2 durch zusätzliche Werbemaßnahmen? _____