

Klausur: Entscheidungstheorie, Wahrscheinlichkeit und Risiko

Prüfer: **Spengler, Vogt**

Datum: **24. Juli 2009**

Prüfungs-Nr.: **11014**

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Fakultät:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gesamtpunkte	Note
Punkte											

Unterschrift der Prüfer:.....

.....

Als Hilfsmittel sind zugelassen:

- Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungsfunktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)
- Sechs nicht kopierte handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

Hinweise:

1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
2. Die Klausur besteht aus **9 Aufgaben**. Die Aufgaben 6 bis 9 sind auf jeden Fall zu bearbeiten! Für die **Aufgaben 1 – 5** gilt folgendes: Bearbeiten Sie **entweder**
 - a) die Aufgaben 1, 2, 3 und 4 **oder**
 - b) ausschließlich die Aufgabe 5!
3. Bei Aufgaben mit mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten ist genau eine Antwort richtig.

4. Für Multiple Choice Aufgaben gilt: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie einen Punkt, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keinen Punkt und für eine falsche Antwort wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Die Punkte werden mit Gewichtungsfaktoren multipliziert, um zur Gesamtpunktzahl zu gelangen. Die jeweiligen Gewichte sind in der Aufgabenstellung angegeben.
5. Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
6. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Multiple-Choice-Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
7. Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (2 Seiten) plus 9 Aufgaben (insg. 20 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!
8. Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
9. Alle numerischen Ergebnisse sind auf zwei Stellen genau gerundet.
10. Sie sind dafür verantwortlich, dass das Aufsichtspersonal Ihre Klausur am Ende der Bearbeitungszeit erhält!

Viel Erfolg!!!!!!

Aufgabe 1: Entscheidungstheoretische Grundlagen

(30 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind „wahr“ oder „falsch“? (Bitte entsprechendes Feld ankreuzen!
Gewicht: jeweils 1,5)

	wahr	falsch
Für die Gültigkeit des additiven Modells müssen die Bedingungen der einfachen und wechselseitigen Präferenzabhängigkeit sowie der Differenzabhängigkeit erfüllt sein.		
Nach der Maximax-Regel ist für die Beurteilung einer Alternative nur der Erfolg maßgeblich, der im besten Fall erzielt wird.		
Entscheidungsmodelle weisen per se keine Struktur auf.		
Wohingegen die präskriptive Entscheidungstheorie Empfehlungen für die Lösung von Entscheidungsproblemen geben will, versucht die deskriptive Entscheidungstheorie zu beschreiben und zu erklären, wie Individuen und Gruppen in der Realität tatsächlich entscheiden.		
Im Gegensatz zu einer Entscheidungsregel führt ein Entscheidungsprinzip grundsätzlich zu einer eindeutigen Lösung des Entscheidungsproblems.		
Das μ - σ -Prinzip ist nur in Spezialfällen mit dem Bernoulli-Prinzip kompatibel.		
Der sogenannte Omission-Bias beschreibt die subjektive Wahrnehmung, dass Handlungen per se als riskanter aufgefasst werden, als nichts zu tun.		
Der Framing- und der Splitting-Effekt stellen kognitive Verzerrungen bei der Bestimmung von Gewichten dar.		
Das Sicherheitsäquivalent einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dasjenige sichere Ergebnis, das der Wahrscheinlichkeitsverteilung gleichwertig ist.		
Bei nominal skalierten Daten sind Abstände zwischen den Merkmalsausprägungen interpretierbar.		
Restriktionsverbund zwischen zwei Entscheidungsbereichen liegt vor, wenn die Aktionsmöglichkeiten mindestens eines dieser Bereiche davon abhängen, welche Aktionen in dem anderen Bereich durchgeführt werden. Folglich hängen die Grenzen bzw. Restriktionen für die Entscheidungsvariablen mindestens eines Bereichs von den Ausprägungen der Entscheidungsvariablen im anderen Bereich ab.		

	wahr	falsch
Technologische, politisch-rechtliche sowie ökonomische Legitimierbarkeit müssen beim Treffen von Entscheidungen immer gegeben sein.		
Wenn im Fall sicherer Erwartungen zwischen zwei Bereichen weder ein Restriktionsverbund noch ein Erfolgsverbund besteht, dann ist eine Koordination der Bereichsentscheidungen auf keinen Fall erforderlich.		
Das Ellsberg-Paradoxon zeigt Verstöße gegen das Unabhängigkeitsaxiom auf, bei denen subjektive Wahrscheinlichkeiten vorliegen.		
Substanziell rationale Führungsentscheidungen orientieren sich an der Problemlösung.		
Die Erstellung von Eventualplänen im Rahmen des Konzepts der flexiblen Planung ermöglicht die Erfassung temporaler Interdependenzen bei mehrwertigen Erwartungen über die zukünftige Umweltentwicklung.		
Der traditionelle Homo Oeconomicus bezeichnet einen Akteur, der eigeninteressiert und unbeschränkt rational handelt, seinen eigenen Nutzen maximiert, feststehende Präferenzen hat und über vollständige Informationen verfügt.		
Erklärung, Prognose, Gestaltung und Kritik sind relevante Wissenschaftsziele.		
Die Ermittlung der Gewichtung nach dem Trade-off-Verfahren bedeutet, nach den Austauschraten zwischen zwei Zielgrößen zu fragen, bei denen der Entscheider indifferent ist. Die Wertfunktionen müssen dafür nicht bekannt sein.		
Das Monotonieprinzip ist äußerst plausibel: Von zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen, bei denen jeweils nur das günstigste und das ungünstigste Ergebnis eintreten können, ist jene vorzuziehen, bei der das ungünstigste Ergebnis die größere Wahrscheinlichkeit aufweist.		

Aufgabe 2: Entscheidungen bei Risiko

(7 Punkte)

Der durch die Wirtschaftskrise in Mitleidenschaft gezogene Konzern Arkrandor steht vor der schweren Entscheidung, sich von verlustträchtigen Tochtergesellschaften zu trennen. Das Krisenmanagement erwägt den Verkauf einer der folgenden Gesellschaften:

- „Thomas Kook“ (A_1), Reiseveranstalter
- „Primonto“ (A_2), Teleshopping
- „Karstatt“ (A_3), Einzelhandel
- „Karstattsports“ (A_4), Sportartikelvertrieb

Das Management geht davon aus, dass der Verkauf einer der vier Tochtergesellschaften die Gewinnlage des Konzerns, wie in der folgenden Tabelle dargestellt, verbessert. Die Gewinnverbesserungen hängen vom zukünftig eintretenden Umweltzustand ab. Die Manager halten folgende drei Umweltzustände für realistisch:

- Günstige Wirtschaftslage (S_1)
- Mittlere Wirtschaftslage (S_2)
- Ungünstige Wirtschaftslage (S_3)

Leider lässt sich im Zeitpunkt der Entscheidung nicht mit Sicherheit vorhersagen, zu welchem Erfolg eine Alternative führt; dieser ist abhängig von dem jeweils eintretenden Umweltzustand. Die Manager gehen von folgenden Gewinnen sowie Wahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Wirtschaftslagen aus:

	S_1	S_2	S_3
	0,6	0,2	0,2
a_1	100	70	80
a_2	115	110	100
a_3	145	90	200
a_4	170	85	50

(vorstrukturierte Gewinnmatrix der Geschäftsleitung (in Mio. GE))

a) Wird eine oder werden mehrere Alternativen dominiert? (Gewicht: 1)

b) Für welche Alternative entscheidet sich die Geschäftsleitung des Arkrandor Konzerns bei Anwendung der μ - σ -Prinzips mit $[v(\mu, \sigma) = 20 \mu - 0,002 \sigma^2]$? In der folgenden Tabelle sind Ihnen bereits vier Werte vorgegeben. Ergänzen Sie alle notwendigen fehlenden Werte!
(Gewicht: 6)

	s_1	s_2	s_3	μ	σ^2	$v(a_i)$
w_k	0,6	0,2	0,2			
a_1	100	70	80			
a_2	115	110	100	111		2219,93
a_3	145	90	200		1210	
a_4	170	85	50	145		

Aufgabe 3: Choquet-Erwartungswerte

(13 Punkte)

Der Sportartikelhersteller „Karstattsports“ möchte eine neue Produktionstechnologie einführen. Es stehen drei verschiedene Technologien (a_1, a_2, a_3) zur Auswahl. Das Unternehmen steht nun vor dem Problem, die beste Technologie auszuwählen. Der Sportartikelhersteller hält 4 Umweltzustände ($s_k, k=1, 2, 3, 4$), denen er Kapazitäten $\pi(s_k)$ zuordnen kann, für möglich. Die Erfolge, die mit diesen neuen Technologien bei alternativen Umweltentwicklungen erzielt werden und die Kapazitäten $\pi(s_k)$, enthält die nachfolgende Tabelle:

	k=1	k=2	k=3	k=4
$\pi(s_k)$	0,35	0,1	0,15	0,4
a_1	80	0	20	120
a_2	60	40	50	25
a_3	0	50	80	10

Gehen Sie weiterhin davon aus, dass der Entscheider die Kapazitäten wie folgt wählt:

$$\pi(s_1 \cup s_2) = 0,42, \quad \pi(s_1 \cup s_3) = 0,47, \quad \pi(s_1 \cup s_4) = 0,43$$

$$\pi(s_2 \cup s_3) = 0,23, \quad \pi(s_2 \cup s_4) = 0,48, \quad \pi(s_3 \cup s_4) = 0,67$$

$$\pi(s_1 \cup s_2 \cup s_3) = 0,59, \quad \pi(s_1 \cup s_2 \cup s_4) = 0,87, \quad \pi(s_1 \cup s_3 \cup s_4) = 0,72,$$

$$\pi(s_2 \cup s_3 \cup s_4) = 0,76$$

a) Der Choquet-Erwartungswert der Alternative a_1 nimmt einen Wert in Höhe von (Gewicht: 4)

- 68,3 56,2
 42,4 59,7 an.
 Keine der Antworten ist richtig.

b) Der Choquet-Erwartungswert der Alternative a_2 nimmt einen Wert in Höhe von (Gewicht: 4)

- | | |
|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 42,05 | <input type="checkbox"/> 89,7 |
| <input type="checkbox"/> 52,8 | <input type="checkbox"/> 67,3 an. |
| <input type="checkbox"/> Keine der Antworten ist richtig. | |

c) Der Choquet-Erwartungswert der Alternative a_3 nimmt einen Wert in Höhe von (Gewicht: 4)

- | | |
|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 16,9 | <input type="checkbox"/> 37,6 |
| <input type="checkbox"/> 27,3 | <input type="checkbox"/> 29,8 an. |
| <input type="checkbox"/> Keine der Antworten ist richtig. | |

d) Für welche Alternative entscheidet sich der Sportartikelhersteller „Karstattsports“? (Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Alternative a_1 | <input type="checkbox"/> Alternative a_2 |
| <input type="checkbox"/> Alternative a_3 | <input type="checkbox"/> Keine der Antworten ist richtig. |

Aufgabe 4: LPI-Hurwicz-Prinzip

(10 Punkte)

Der Teleshopping-Sender „Primonto“ möchte nun sein Sortiment erweitern und ihm wurden drei verschiedene Angebote A_1 , A_2 und A_3 unterbreitet. Jedoch ist der mit der Wahl eines Angebotes verbundene Gewinn vom eintretenden Umweltzustand abhängig. Insgesamt hält das Management des Teleshopping-Senders „Primonto“ vier Umweltzustände für möglich ($k=1, \dots, 4$). Die Eintrittswahrscheinlichkeiten der betrachteten Umweltzustände können die Manager lediglich in Form von Intervallen angeben. Das gesamte Entscheidungsproblem kann in der folgenden Entscheidungsmatrix wie folgt abgebildet werden:

	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$
$w_k \in$	$[0,1;0,4]$	$[0,2;0,5]$	$[0,3;0,6]$	$[0,1;0,6]$
A_1	12	0	18	6
A_2	18	6	12	-3
A_3	-3	12	6	21

Der Teleshopping-Sender „Primonto“ verfolgt das Ziel der Maximierung des Erwartungswertes.

a) Welche Alternative wählt das Management, wenn es von der **günstigsten Verteilung** der Eintrittswahrscheinlichkeiten ausgeht? (Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

A_1

A_2

A_3

Primonto ist indifferent zw. A_1 und A_2

Keine der Antworten ist richtig.

b) Welche Alternative wählt das Management, wenn es von der **ungünstigsten Verteilung** der Eintrittswahrscheinlichkeiten ausgeht? *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)*

A₁

A₂

A₃

Primonto ist indifferent zw. A₂ und A₃

Keine der Antworten ist richtig.

c) Welche Alternative wählt das Management bei Anwendung des LPI-Hurwicz-Prinzips mit dem Optimismusparameter $\beta = 0,6$? *(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)*

A₁

A₂

A₃

Primonto ist indifferent zw. A₂ und A₃

Keine der Antworten ist richtig.

Aufgabe 5: Entscheidungen bei zeitlichen Interdependenzen

(60 Punkte)

a) Erläutern Sie kurz das Konzept der flexiblen Planung!

(8 Punkte)

b) Ein Unternehmen hat in einem drei Teilperioden umfassenden Planungszeitraum Entscheidungen über Auftragsannahmen und Sachinvestitionen zu treffen. Zu den Beginnzeitpunkten ($t=1,2,3$) können ein Auftrag (geringe Nachfrage) oder drei Aufträge (hohe Nachfrage) eingehen, wobei sofort über deren Annahme entschieden werden muss.

- Erwartet das Unternehmen eine **hohe Nachfrage** werden entweder alle drei eingehenden Aufträge angenommen oder es wird nur ein Auftrag angenommen. Eine vollständige Ablehnung ist nicht möglich. Sind jedoch Produktionsanlagen vorhanden, müssen diese auch voll genutzt werden, sofern es die Auftragslage zulässt.
- Erwartet das Unternehmen eine **geringe Nachfrage** wird dieser ein Auftrag immer angenommen.

- Die Erledigung eines Auftrages beansprucht die betrachtete Teilperiode von Anfang bis Ende. Für jeden angenommenen Auftrag wird genau eine Produktionsanlage benötigt. Eine Anlage kann zu Beginn einer jeden Periode zu einem Preis von 4.000 GE angeschafft werden und ist sofort einsatzfähig.
- Jede Maschine hat eine Lebensdauer von zwei Perioden unabhängig davon, ob sie genutzt wird oder nicht. Nach Ablauf von 2 Perioden ist eine Maschine immer wertlos.
- Da das Unternehmen nach Ablauf der drei Teilperioden nicht fortgeführt wird, können Maschinen, die erst in der letzten Periode angeschafft wurden, am Ende dieser Periode zu einem Preis von je 1.000 GE verkauft werden.
- Zu Beginn des Planungszeitraumes hat das Unternehmen keine Produktionsanlagen im Bestand.
- Werden in einer Periode **drei Aufträge** abgewickelt, entstehen dem Unternehmen variable Kosten in Höhe von 2.100 GE.
- Werden in einer Periode **zwei Aufträge** abgewickelt, entstehen variable Kosten in Höhe von 1.500 GE.
- Wird in einer Periode **ein Auftrag** abgewickelt, verursacht dieser variable Kosten in Höhe von 900 GE.
- Ein erfüllter Auftrag liefert dem Unternehmen einen Erlös von 3.500 GE.
- Das Unternehmen verfolgt das Ziel der Maximierung des Erwartungswertes des Deckungsbeitrages.

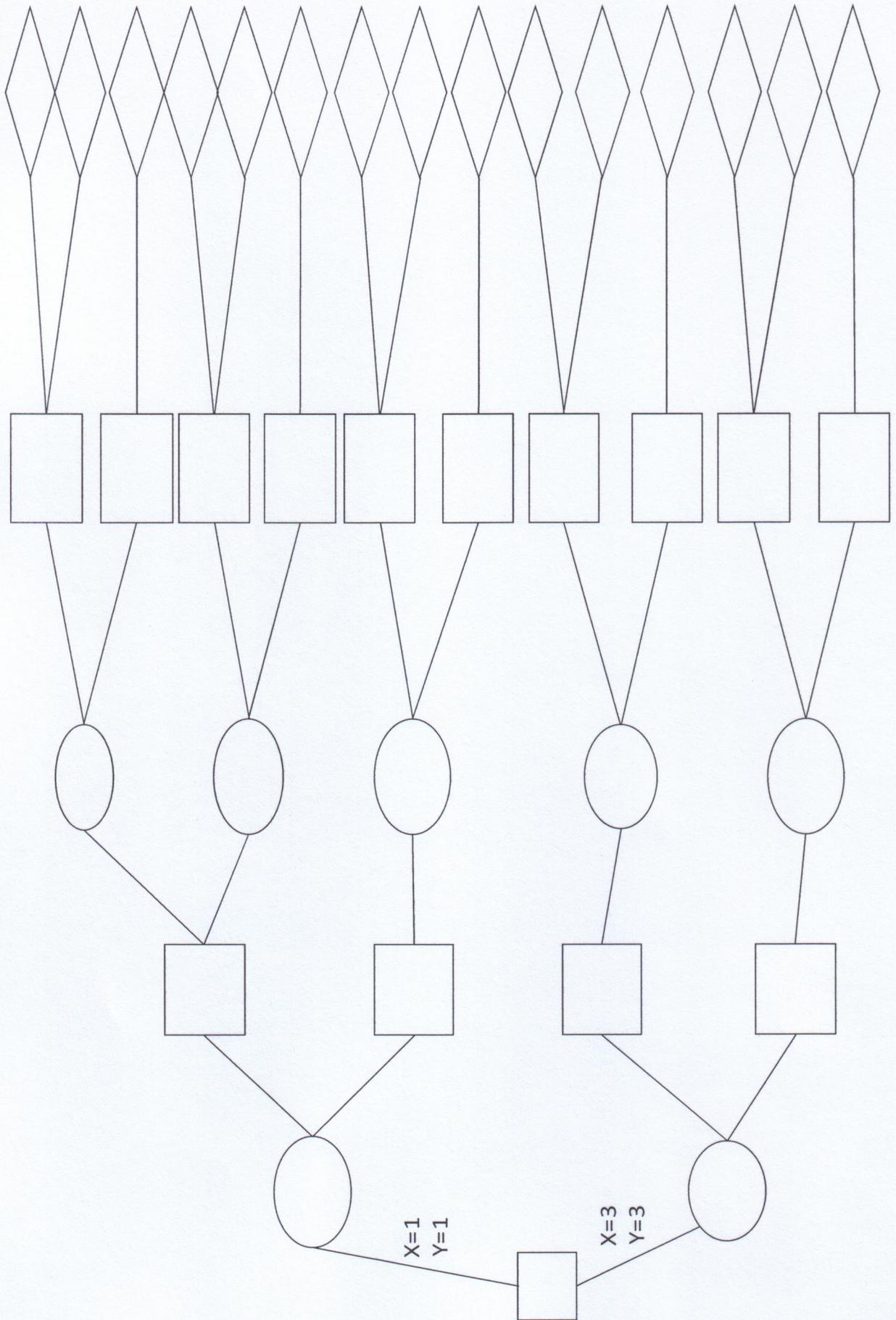
Über die Auftragsentwicklung hat sich der Investor das folgende Wahrscheinlichkeitsurteil gebildet:

- In $t=1$ ist die Nachfrage mit Sicherheit hoch. In $t=2$ rechnet er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 mit hoher und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 mit geringer Nachfrage.
- Wenn die Nachfrage in $t=2$ hoch ist, rechnet er in $t=3$ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 mit hoher und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 mit geringer Nachfrage.
- Wenn die Nachfrage in $t=2$ gering ist, rechnet der Investor in $t=3$ mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 mit hoher und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 mit geringer Nachfrage.
- Etwaige Zinsüberlegungen spielen keine Rolle.

Stellen Sie die Auftragsentwicklung mit allen relevanten Informationen in einem Zustandsbaum dar! (6 Punkte)



c) Auf der nächsten Seite finden Sie das Grundgerüst des hier gültigen Entscheidungsbaums. In Zeitpunkt $t=1$ kann der Investor zwischen zwei Alternativen wählen. Veranschaulichen Sie das geschilderte (sequentielle) Entscheidungsproblem mithilfe dieses Entscheidungsbaums! Kennzeichnen Sie dabei mit **X** die Zahl der anzunehmenden Aufträge, mit **Y** die Zahl der zu beschaffenden Produktionsanlagen und mit **V** die Zahl der am Ende der dritten Teilperiode zu verkaufenden Produktionsanlagen. Ermitteln Sie unter Verwendung des Roll-back-Verfahrens den optimalen flexiblen Plan, bei dem der Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages maximiert wird! Interpretieren Sie kurz das ermittelte Ergebnis! (46 Punkte)



Aufgabe 6:

(13 Punkte)

3 Prozent der Bevölkerung besitzen einen Flugschein. Von den Personen mit Flugschein fahren 80 Prozent zu schnell Auto auf der Autobahn, während nur 50 Prozent der Personen, die keinen Flugschein besitzen, zu schnell fahren.

Das Ereignis eine Person fährt zu schnell auf der Autobahn wird mit A bezeichnet und das Ereignis eine Person besitzt einen Flugscheinschein wird mit B bezeichnet.

a) Die Wahrscheinlichkeit welches Ereignisses ist in der Aufgabe explizit angegeben? (Gewicht 2)

- $P(A|B)$
- $(A \cap B)$
- $(A \cup B)$
- $P(A)$
- Keine der Antworten ist richtig.

b) Wie viel Prozent der Personen, die zu schnell fahren, sind Eigentümer eines Flugscheins?

Die Beantwortung dieser Frage gliedert sich in die Beantwortung der Fragen b_1 , b_2 , b_3 und b_4 .

b_1) Gesucht ist welche Wahrscheinlichkeit? (Gewicht 2)

- $P(B|A)$
- $(A \cap B)$
- $(A \cup B)$
- $P(A)$
- Keine der Antworten ist richtig.

b_2) Zur Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit wird welcher der folgenden Sätze verwendet? (Gewicht 3)

- Satz von Bayes
- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit
- Multiplikationssatz
- Satz über die Unabhängigkeit von Ereignis A und B
- Keine der Antworten ist richtig.

b_3) Die Formel zur Berechnung lautet? (Gewicht 3)

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})}$$

$$P(A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})}$$

$$P(B) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(A)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})}$$

- Keine der Antworten ist richtig.

b₄) Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist (auf 2 Stellen gerundet)? (Gewicht 3)

- 0,03
- 0,05
- 0,07
- 0,09
- Keine der Antworten ist richtig.

Aufgabe 7:

(16 Punkte)

Ein Fahranfänger möchte die Führerscheine Klasse 1 und 3 erwerben. Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung für Klasse 3 besteht ist 0,6 und dass er die Prüfung für Klasse 1 besteht ist 0,7. Mindestens eine der beiden Prüfungen besteht er mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8. Das Ereignis, dass er die Prüfung für Klasse 3 besteht wird mit A bezeichnet und das Ereignis, dass er die Prüfung für Klasse 1 besteht wird mit B bezeichnet.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

a) beide besteht?

Eine korrekte Formel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit lautet (Gewicht 2):

- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Keine der Antworten ist richtig.

Die Wahrscheinlichkeit ist (auf 1 Stelle gerundet) (Gewicht 2):

- 0,3
- 0,4
- 0,5
- 0,6
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

b) keine von beiden besteht?

Eine korrekte Formel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit lautet (Gewicht 2):

- $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Keine der Antworten ist richtig.

Die Wahrscheinlichkeit ist (auf 1 Stelle gerundet) (Gewicht 2):

- 0,1
- 0,2
- 0,3
- 0,4
- Keine der Antworten ist richtig.

c) genau eine von beiden besteht?

Eine korrekte Formel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit lautet (Gewicht 2):

- $P[(A \cup B) \setminus (A \cap B)] = P(A \cup B) - P(A \cap B)$
- $P[(A \cup B) \setminus B] = P(A \cup B) - P(B)$
- Keine der Antworten ist richtig.

Die Wahrscheinlichkeit ist (auf 1 Stelle gerundet) (Gewicht 2):

- 0,3
- 0,4
- 0,5
- 0,6
- Keine der Antworten ist richtig.

d) nur den Führerschein Klasse 3 besteht?

Eine korrekte Formel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit lautet (Gewicht 2):

- $P[A \setminus (A \cap B)] = P(A) - P(A \cap B)$
- $P[(A \cup B) \setminus B] = P(A \cup B) - P(B)$
- Keine der Antworten ist richtig.

Die Wahrscheinlichkeit ist (auf 1 Stelle gerundet) (Gewicht 2)

- 0,1
- 0,2
- 0,3
- 0,4
- Keine der Antworten ist richtig.

Aufgabe 8:

(10 Punkte)

a) Welche der folgenden Aussagen ist richtig? (Gewicht 5):

- Wenn $P(A|B) < P(A)$ ist, dann ist auch $P(B|A) > P(B)$
- Wenn $P(A|B) < P(A)$ ist, dann ist auch $P(B|A) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$
- Wenn $P(A|B) < P(A)$ ist, dann ist auch $P(A \cap B) < P(A \cap \bar{B})$
- Keine der Antworten ist richtig.

b) Gilt für beliebige Ereignisse A, B und C (Gewicht 5):

- $P(A \cap C|B) = 1 - P(A \cap C|\bar{B})$
- $P(A \cap C|B) = 1 - P(\bar{A} \cap C|B)$
- $P(A \cap C|B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{C}|B)$
- Keine der Antworten ist richtig.

Aufgabe 9:

(21 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Funktionen:

$$1. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{für } 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 2 \cdot (1-x) - 2 & \text{für } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} -e^{(x-9)} - \frac{125}{216} & \text{für } 5 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen gelten für Dichtefunktionen? (Gewicht 2):

- Die Werte einer Dichtefunktion sind immer positiv.
- Das Integral über die Dichtefunktion von $-\infty$ bis $+\infty$ ist immer positiv.
- Keine der Antworten ist richtig.

Ist 1. eine Dichtefunktion (Gewicht 1)?

- Ja
- Nein

Ist 2. eine Dichtefunktion (Gewicht 1)?

- Ja
- Nein

Ist 3. eine Dichtefunktion (Gewicht 1)?

- Ja
- Nein

Welche Aussage über den Erwartungswert stimmt? (Gewicht 2):

- Der Erwartungswert ist immer positiv.
- Der Erwartungswert hat maximale Wahrscheinlichkeit einzutreten.
- Die Wahrscheinlichkeit Werte kleiner als den Erwartungswert zu beobachten ist 0,5.
- Keine der Antworten ist richtig.

Welche Aussage über die Varianz stimmt? (Gewicht 2):

- Der Varianz ist immer positiv.
- Die Varianz kann Null sein.
- Keine der Antworten ist richtig.

Falls die Funktionen Dichtefunktionen sind, bestimmen sie den Erwartungswert und die Varianz von

Funktion 1:

Erwartungswert (*Gewicht 2*):

Der Erwartungswert ist:

- 0,5
- 2,5
- 5
- Funktion 1 ist keine Dichtefunktion.
- Keine der Antworten ist richtig.

Varianz (*Gewicht 2*):

Die Varianz ist (auf 3 Stellen gerundet):

- 2,083
- 0,417
- 0,875
- Funktion 1 ist keine Dichtefunktion.
- Keine der Antworten ist richtig.

Funktion 2:

Erwartungswert (*Gewicht 2*):

Der Erwartungswert ist:

- $-2/3$
- $2/3$
- $-1/3$
- Funktion 2 ist keine Dichtefunktion.
- Keine der Antworten ist richtig.

Varianz (*Gewicht 2*):

Die Varianz ist:

- $1/18$
- $1/9$
- 0,675
- Funktion 2 ist keine Dichtefunktion.
- Keine Aussage ist richtig.

Funktion 3:

Erwartungswert (*Gewicht 2*):

Der Erwartungswert ist (auf 3 Stellen gerundet):

- 0,967
- 0,585
- 5,5
- Funktion 3 ist keine Dichtefunktion.
- Keine der Antworten ist richtig.

Varianz (*Gewicht 2*):

Die Varianz ist (auf 3 Stellen gerundet):

- 1,116
- 0,455
- 0,875
- Funktion 3 ist keine Dichtefunktion.
- Keine der Antworten ist richtig.

Ende!