Klausur: Entscheidungstheorie, Wahrscheinlichkeit und Risiko

Prüfer: **Spengler, Vogt**

Datum: **07. Februar 2012**

Prüfungs-Nr.: **11014**

Name: .... **Vorname:** ....

Matr.-Nr.: .... **Fakultät:** ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Gesamtpunkte	Note
Punkte										

Unterschrift der Prüfer: ....

....

Gruppe A

Als Hilfsmittel sind zugelassen: -Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungsfunktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)

- Sechs nicht kopierte, handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

Hinweise:

1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
2. Die Klausur besteht aus 8 Aufgaben. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten!
3. Bei Aufgaben mit mehreren vorgegebenen Antwortmöglichkeiten ist genau eine Antwort richtig.
4. Für Multiple Choice Aufgaben gilt: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie einen Punkt, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keinen Punkt und für eine falsche Antwort wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Die Punkte werden mit den in Klammern stehenden Gewichtungsfaktoren multipliziert, um zur Gesamtpunktzahl zu gelangen. Die jeweiligen Gewichte sowie die zu erreichende Gesamtpunktzahl sind in der Aufgabenstellung angegeben.
5. Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
6. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
7. Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (2 Seiten) plus 8 Aufgaben (insges. 17 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!
8. Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
9. Alle numerischen Ergebnisse sind auf zwei Stellen genau gerundet.
10. Sie sind dafür verantwortlich, dass das Aufsichtspersonal Ihre Klausur am Ende der Bearbeitungszeit erhält!

Viel Erfolg!!!!!!!

1. Aufgabe: Grundlagen (24 Punkte)

a) Überprüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit und kreuzen Sie entsprechend im Feld **„wahr"** oder **„falsch"** an! **24 Punkte**

(Gewicht: jeweils 1,5)

	wahr	falsch
Den geometrischen Ort von Wertkombinationen hinsichtlich zweier Zielgrößenausprägungen, denen gegenüber der Entscheidungsträger indifferent ist, bezeichnet man als Indifferenzkurve.		
Im Covering-Law Modell wird mit Hilfe logischer Schlüsse das Explanans aus dem Explanandum abgeleitet.		
Von homomorphen Abbildungen wird gesprochen, wenn Strukturgleichheit zwischen Modell und Realität besteht.		
Das Sicherheitsäquivalent einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $\tilde{Z}$ ist definiert als derjenige sichere Zielgrößenwert SÄ($\tilde{Z}$), der dieser Verteilung gleichwertig ist.		
Die Sigma-Additivität muss bei der μ-Regel, der μ-σ-Regel und beim Bernoulli-Prinzip zwingend erfüllt sein.		
Wahrscheinlichkeiten, die dem klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff entsprechen, werden als subjektive Wahrscheinlichkeiten bezeichnet.		
Nach dem Reduktionsprinzip ist eine „zusammengesetzte" Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Ergebnisse äquivalent einer „einfachen" Wahrscheinlichkeitsverteilung, sofern jedes Ergebnis bei beiden Verteilungen jeweils dieselbe Eintrittswahrscheinlichkeit aufweist.		
Wenn zwischen einer gegebenen Alternativenmenge und Zielvariablen keine Korrelation existiert, dann sind die Attributsausprägungen stets auch präferenzunabhängig.		
Die Forderung nach Präferenzunabhängigkeit eines Zielsystems, ist eine notwendige Voraussetzung zur Generierung einer additiven multiattributiven Wertfunktion.		
Das Bernoulli-Prinzip besagt, dass der Nutzen des Sicherheitsäquivalentes dem Erwartungswert des (stochastischen) Ergebnisses entspricht.		
Ein Risikoverbund zwischen zwei Entscheidungsbereichen liegt stets dann vor, wenn die Aktionsmöglichkeiten mindestens eines dieser Entscheidungsbereiche davon abhängig ist, welche Aktion in dem anderen Entscheidungsbereich realisiert wird.		
Sofern bei Verwendung des Choquet-Erwartungswertes die Bedingung der Sigma-Additivität erfüllt ist, führt diese Theorie zu den gleichen Ergebnissen wie das Erwartungswertkonzept.		

	wahr	falsch
Kapazitäten sind Maße, die immer die σ-Additivität erfüllen.		
Luce/Raiffa nehmen in ihrem Axiomensystem eine Zweiteilung des Transitivitätsaxioms vor. Zum einen richtet sich das Transitivitätsaxiom auf die Ergebnisse, zum anderen auf die Alternativen.		
Sind Aussagen über die Stärke der Präferenz möglich und gilt: $v(b) - v(a) > v(d) - v(c) \Leftrightarrow (a \rightarrow b) \succ (c \rightarrow d)$ $mit\ a, b, c, d \in A$, so liegt eine messbare Wertfunktion vor.		
Der Zweck eines Entscheidungsmodells besteht stets darin, ein „objektives Optimum" zu bestimmen.		

2. Aufgabe: Entscheidungsregeln (10 Punkte)

Ein Entscheider steht vor folgender Entscheidungssituation (Ergebnisse sind Gewinne):

	s_1	s_2	s_3	s_4
	w_1=0,15	w_2=0,45	w_3=0,3	w_4=0,1
a_1	5.000	2.500	-1.250	700
a_2	2.000	2.700	200	1.400
a_3	3.250	3.200	-300	1.000
a_4	2.000	3.000	-500	950
a_5	3.000	2.800	250	1.500

Welche Alternative wählt der Entscheider bei Anwendung

a) der Maximin-Regel? **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

☐ a_1 ☐ a_2 ☐ a_3

☐ a_4 ☐ a_5 ☐ Keine der Antworten ist richtig.

b) der Maximax-Regel? **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

☐ a_1 ☐ a_2 ☐ a_3

☐ a_4 ☐ a_5 ☐ Keine der Antworten ist richtig.

c) des Hurwicz-Prinzips (mit α=0,3)? **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐ a_1 ☐ a_2 ☐ a_3

☐ a_4 ☐ a_5 ☐ Keine der Antworten ist richtig.

d) der Niehans-Savage-Regel? **3 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

☐ a_1	☐ a_2	☐ a_3
☐ a_4	☐ a_5	☐ Keine der Antworten ist richtig.

e) der Laplace-Regel? **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐ a_1	☐ a_2	☐ a_3
☐ a_4	☐ a_5	☐ Keine der Antworten ist richtig.

f) der μ-Regel? **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

☐ a_1	☐ a_2	☐ a_3
☐ a_4	☐ a_5	☐ Keine der Antworten ist richtig.

3. Aufgabe: Risikoneigung (15 Punkte)

Ein Entscheider steht vor folgender Entscheidungssituation (Ergebnisse sind Gewinne):

	s_1	s_2	s_3
	w_1=0,35	w_2=0,20	w_3=0,45
a_1	3	5	2
a_2	6	4	1
a_3	4	4	3

a) Wie hoch sind die Sicherheitsäquivalente SÄ(a_i), wenn der Entscheidungsträger über folgende Risikonutzenfunktion verfügt?

12 Punkte

$$U(x) = 2^x$$

a1) $SÄ(a_1)$:

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- ☐ 3,46
- ☐ 4,73
- ☐ 3,63
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

a2) $SÄ(a_2)$:

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- ☐ 3,55
- ☐ 3,63
- ☐ 4,73
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

a3) $SÄ(a_3)$:

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- ☐ 3,55
- ☐ 3,63
- ☐ 2,95
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

b) Der Entscheidungsträger ist **3 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐	risikoscheu,	☐	risikofreudig,
☐	risikoneutral,	☐	Eine Aussage hinsichtlich der Risikoeinstellung kann nicht getroffen werden.

da die entsprechenden Risikoprämien

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

☐ Werte größer Null annehmen.

☐ Werte kleiner Null annehmen.

☐ Werte gleich Null annehmen.

☐ Keine der Antworten ist richtig.

4. Aufgabe: Entscheidungen bei ungenauen Informationen (11 Punkte)

Der Vorstand eines weltweit tätigen Industrieunternehmens möchte in Zukunft durch den Verkauf von Emissionszertifikaten am Handel von Emissionsrechten partizipieren. Um dieses Vorhaben zu realisieren, soll der Emissionsausstoß des Unternehmens, durch die Anschaffung einer neuen Filteranlage, optimiert werden. Nach intensiven Recherchen hält der Vorstand zwei verschiedene Filteranlagen (a_1, a_2) für zweckmäßig.

Die mit dem Verkauf der Emissionszertifikate realisierbaren Gewinne sind stochastisch vom eintretenden Umweltzustand abhängig. Die Unternehmensleitung hält drei Umweltzustände für möglich:

S_1: Eine niedrige Nachfrage nach Emissionszertifikaten.

S_2: Eine mittlere Nachfrage nach Emissionszertifikaten.

S_3: Eine hohe Nachfrage nach Emissionszertifikaten.

Der Vorstand kann die Eintrittswahrscheinlichkeiten der betrachteten Umweltzustände (S_1, S_2, S_3) lediglich in Form von Intervallen angeben.

Die bei alternativer Umweltentwicklung erzielbaren Gewinne (in Tsd. €) sowie die korrespondierende LPI(w) sind in der *Tabelle 1* aufgeführt:

	S_1	S_2	S_3
	$0{,}2 \leq w_1 \leq 0{,}5$	$0{,}1 \leq w_2 \leq 0{,}4$	$0{,}4 \leq w_3 \leq 0{,}7$
Filteranlage (a_1)	50	170	200
Filteranlage (a_2)	-50	140	300

(Tabelle 1)

a) Ermitteln Sie die zu der zulässigen LPI(w) korrespondierende Extremalpunktematrix M(LPI)! **5 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 5)

☐ $M(LPI) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}7 & 0{,}4 \end{bmatrix}$ ☐ $M(LPI) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}7 \end{bmatrix}$

☐ $M(LPI) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}4 \end{bmatrix}$ ☐ $M(LPI) = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}6 \end{bmatrix}$

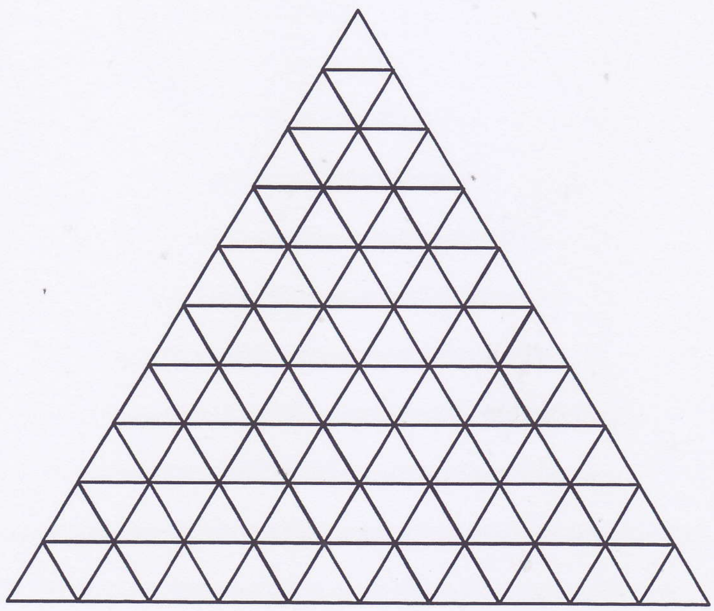
☐ Keine der angegebenen M(LPI) ist korrekt.

b) Für welche Filteranlage entscheidet sich der Vorstand, wenn er seine Entscheidung auf Basis des LPI Hurwicz-Prinzips (mit α=0,45) trifft? **6 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 6)

- ☐ Filteranlage (a_1)
- ☐ Filteranlage (a_2)
- ☐ Der Vorstand ist indifferent zwischen Filteranlage (a_1) und Filteranlage (a_2).
- ☐ Keine der Filteranlagen wird angeschafft.

Zusatzpapier:



5. Aufgabe: Quer durch den Gemüsegarten (20 Punkte)

In einer Urne befinden sich zwei blaue und zwei grüne Tischtennisbälle sowie eine blaue Plastikkugel. Weiterhin sind die fünf Objekte in der Urne mit den Buchstaben A, B, C, D und E eindeutig markiert. Dabei sind A und B je ein blauer Tischtennisball, C und D je ein grüner Tischtennisball und E die blaue Plastikkugel.□

Aus der Urne werden zwei Objekte gezogen, wobei die Reihenfolge in der die Objekte gezogen werden egal ist. Sei weiterhin die Zufallsvariable X die Anzahl der gezogenen blauen Objekte bei zweimaligem Ziehen mit Zurücklegen.

Geben Sie Lösungen gegebenenfalls gerundet auf zwei Dezimalstellen an.

a) Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Buchstabenkombinationen, wenn die zwei Objekte mit Zurücklegen gezogen werden. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- □ 10
- □ 15
- □ 30
- □ 36
- □ 40
- □ Keine der Antworten ist richtig.

b) Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Buchstabenkombinationen, wenn die zwei Objekte ohne Zurücklegen gezogen werden. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht:1)

- □ 10
- □ 15
- □ 30
- □ 36
- □ 40
- □ Keine der Antworten ist richtig.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mit Zurücklegen zwei blaue Objekte gezogen werden. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- □ 0,10
- □ 0,16
- □ 0,25
- □ 0,36
- □ 0,49
- □ Keine der Antworten ist richtig.

d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ohne Zurücklegen zwei blaue Objekte gezogen werden. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- □ 0,10
- □ 0,15
- □ 0,24
- □ 0,30
- □ 0,46
- □ Keine der Antworten ist richtig.

e) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X. **4 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ für } x < 0 \\ 0{,}16 \text{ für } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}64 \text{ für } 1 \leq x < 2 \\ 1{,}00 \text{ für } x \geq 2 \end{cases}$ ☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}16 \text{ für } x = 0 \\ 0{,}48 \text{ für } x = 1 \\ 0{,}36 \text{ für } x = 2 \\ 0{,}00 \text{ sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ für } x < 0 \\ 0{,}40 \text{ für } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}76 \text{ für } 1 \leq x < 2 \\ 1{,}00 \text{ für } x \geq 2 \end{cases}$ ☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}40 \text{ für } x = 0 \\ 0{,}36 \text{ für } x = 1 \\ 0{,}24 \text{ für } x = 2 \\ 0{,}00 \text{ sonst} \end{cases}$

☐ Keine der Antworten ist richtig.

f) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X. **4 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ für } x < 0 \\ 0{,}16 \text{ für } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}64 \text{ für } 1 \leq x < 2 \\ 1{,}00 \text{ für } x \geq 2 \end{cases}$ ☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}16 \text{ für } x = 0 \\ 0{,}48 \text{ für } x = 1 \\ 0{,}36 \text{ für } x = 2 \\ 0{,}00 \text{ sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ für } x < 0 \\ 0{,}40 \text{ für } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}76 \text{ für } 1 \leq x < 2 \\ 1{,}00 \text{ für } x \geq 2 \end{cases}$ ☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}40 \text{ für } x = 0 \\ 0{,}36 \text{ für } x = 1 \\ 0{,}24 \text{ für } x = 2 \\ 0{,}00 \text{ sonst} \end{cases}$

☐ Keine der Antworten ist richtig.

g) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐ 0,80 ☐ 0,90 ☐ 1,00

☐ 1,20 ☐ 1,30 ☐ Keine der Antworten ist richtig.

h) Ermitteln Sie die Standardabweichung von X. **4 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

☐ 0,48 ☐ 0,59 ☐ 0,65

☐ 0,69 ☐ 0,74 ☐ Keine der Antworten ist richtig.

i) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an, der X folgt. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐ Gleichverteilung ☐ Binomialverteilung ☐ Geometrische Verteilung

☐ Poissonverteilung ☐ Verteilungen wurden in Vorlesung nicht besprochen.

6. Aufgabe: Dichte- und Wahrscheinlichkeitsfunktionen (5 Punkte)

Geben Sie für jede der folgenden Funktionen an, ob Sie eine Dichte-, eine Verteilungs- oder eine Wahrscheinlichkeitsfunktion ist.

a) $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}5 & für \quad 0{,}0 \leq x < 1{,}0 \\ 0{,}1 & für \quad 1{,}0 \leq x < 1{,}5 \\ 0{,}0 & sonst \end{cases}$ **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ Dichtefunktion
- ☐ Wahrscheinlichkeitsfunktion
- ☐ Verteilungsfunktion
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

b) $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}50 & für \quad x = 1 \\ 0{,}25 & für \quad x = 2 \\ 0{,}00 & sonst \end{cases}$ **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ Dichtefunktion
- ☐ Wahrscheinlichkeitsfunktion
- ☐ Verteilungsfunktion
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

c) $f_X(x) = \begin{cases} 0{,}50 & für \quad 0 < x < 1 \\ 0{,}25 & für \quad 2 < x < 4 \\ 0{,}00 & sonst \end{cases}$ **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ Dichtefunktion
- ☐ Wahrscheinlichkeitsfunktion
- ☐ Verteilungsfunktion
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

d) $f_X(x) = \begin{cases} 2x & für \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}0 & sonst \end{cases}$ **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ Dichtefunktion
- ☐ Wahrscheinlichkeitsfunktion
- ☐ Verteilungsfunktion
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

e) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{21} & für \quad x \in \{1,2,3,4,5,6\} \\ 0{,}0 & sonst \end{cases}$ **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ Dichtefunktion
- ☐ Wahrscheinlichkeitsfunktion
- ☐ Verteilungsfunktion
- ☐ Keine der Antworten ist richtig.

7. Aufgabe: Wahrscheinlichkeitsrechnung (20 Punkte)

Die Weltbevölkerung umfasst aktuell 7.000.000.000 Menschen. 700.000.000 davon leben in Europa. Bei jedem Terroranschlag stirbt genau ein Mensch. Bei einer Auswertung der letzten Jahre wurde festgestellt, dass jährlich insgesamt 15.000 terroristische Anschläge verübt werden. 1.000 davon entfallen auf Europa. Für 2012 ist mit etwa ähnlich vielen Anschlägen zu rechnen. Im Mittel stirbt bei jedem Terroranschlag genau ein Mensch.

Das National Counterterrorism Center (NCTC) nutzt sämtliche Geheimdienstinformationen der USA und seiner Bündnispartner um den Terrorismus auf der Welt zu bekämpfen. Sei das Ereignis A gegeben als „Ein terroristischer Anschlag wird verübt" mit $P(A) = 1/15$. Das Komplementärereignis $\bar{A}$ sei „Kein terroristischer Anschlag wird verübt" mit $P(\bar{A}) = 14/15$. Besteht nach Erkenntnissen des NCTC unmittelbare Terrorgefahr, so wird die Weltöffentlichkeit sofort informiert (Ereignis V_{NCTC}: „Terroranschlag wird vorhergesagt"). Diese Erkenntnisse sind nicht immer valide. In der Vergangenheit gab es jedoch bei 90% der Anschläge, die beobachtet wurden, auch eine Vorhersage des Anschlags durch das NCTC, d.h. $P(V_{NCTC}|A) = 0{,}9$. In nur 10% der Fälle, in denen kein Anschlag begangen wurde, sagte das NCTC einen Anschlag vorher, d.h. $P(V_{NCTC}|\bar{A}) = 0{,}1$.

Sei mit dem Bundesamt für Verfassungsschutz und Terrorismusbekämpfung (BVT) eine weitere Institution gegeben, welche Vorhersagen über die Wahrscheinlichkeit von Anschlägen treffen kann. Die Vorhersagen des BVT seien gleich gut, wie die des NCTC, d.h. $P(V_{BVT}|A) = 0{,}9$ und $P(V_{BVT}|\bar{A}) = 0{,}1$.

Geben Sie Lösungen gegebenenfalls gerundet auf zwei Dezimalstellen an.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p 2012 in einem beliebigen Land der Welt bei einem Terroranschlag zu sterben. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ $p < 1/1.000.000$
- ☐ $1/1.000.000 \leqq p < 1/100.000$
- ☐ $1/100.000 \leqq p < 1/10.000$
- ☐ $1/10.000 \leqq p < 1/1.000$
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p 2012 in Europa bei einem Terroranschlag zu sterben. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ $p < 1/1.000.000$
- ☐ $1/1.000.000 \leqq p < 1/100.000$
- ☐ $1/100.000 \leqq p < 1/10.000$
- ☐ $1/10.000 \leqq p < 1/1.000$
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

c) Geben Sie an, ob die Ereignisse „Terrortod in Europa" und „Terrortod in einem beliebigen Land der Welt" unabhängig sind. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

- ☐ Ereignisse sind unabhängig.
- ☐ Ereignisse sind nicht unabhängig.

d) Sei ein Anschlag durch das NCTC vorhergesagt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A|V_{NCTC})$, dass dieser Anschlag verübt wird. **6 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 6)

- ☐ *0,39*
- ☐ *0,50*
- ☐ *0,61*
- ☐ *0,72*
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

e) Sei ein Anschlag durch das NCTC vorhergesagt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\bar{A}|V_{NCTC})$, dass dieser Anschlag nicht verübt wird. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

- ☐ *0,39*
- ☐ *0,50*
- ☐ *0,61*
- ☐ *0,72*
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

f) Sei ein Anschlag durch das NCTC und das BVT vorhergesagt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A|V_{BVT} \cap V_{NCTC})$, dass ein Anschlag verübt wird, wenn die Vorhersagen unabhängig sind. **8 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 8)

- ☐ *0,62*
- ☐ *0,73*
- ☐ *0,85*
- ☐ *0,95*
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

8. Aufgabe: Zufallsvariablen (15 Punkte)

Gegeben sei die Zufallsvariable X. Die Dichte von X nimmt zwischen 0 und 1 den Wert $0,5$, und zwischen 1 und $1,5$ den Wert 1 an. Für alle übrigen Werte ist die Dichte 0.

Geben Sie Lösungen gegebenenfalls gerundet auf zwei Dezimalstellen an.

a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion für X. **3 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{für } 0,0 \leq x < 1,0 \\ 1,0 & \text{für } 1,0 \leq x < 1,5 \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 0,5x & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ x - 0,5 & \text{für } 1 \leq x < 1,5 \\ 1 & \text{für } x > 1,5 \end{cases}$

☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{für } 0,0 \leq x < 1,5 \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 0,5x & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ x - 1 & \text{für } 1 \leq x < 1,5 \\ 1 & \text{für } x > 1,5 \end{cases}$

☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

b) Bestimmen Sie die Dichtefunktion für X. **3 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 3)

☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{für } 0,0 \leq x < 1,0 \\ 1,0 & \text{für } 1,0 \leq x < 1,5 \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 0,5x & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ x - 0,5 & \text{für } 1 \leq x < 1,5 \\ 1 & \text{für } x > 1,5 \end{cases}$

☐ $f_X(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{für } 0,0 \leq x < 1,5 \\ 0,0 & \text{sonst} \end{cases}$

☐ $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 0,5x & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ x - 1 & \text{für } 1 \leq x < 1,5 \\ 1 & \text{für } x > 1,5 \end{cases}$

☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert von X. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

☐ 0,66 ☐ 0,77

☐ 0,88 ☐ 0,99

☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

Gegeben sei weiterhin eine stetige Zufallsvariable Y mit dem Erwartungswert $E(Y)=1,4$. Für Y gilt:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0,1 & für \quad 0 \leq x < 1 \\ 0,9 & für \quad 1 \leq x < 2 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

d) Bestimmen Sie die Varianz von Y. **4 Punkte**
(Bitte ankreuzen! Gewicht: 4)

- ☐ 0,00
- ☐ 0,13
- ☐ 0,17
- ☐ 0,25
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

e) Markieren Sie die Aussage, die allgemein für die Zufallsvariable A gilt. **1 Punkt**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 1)

- ☐ $E(A)$ ist immer positiv
- ☐ $E(A) \neq 0$
- ☐ $E(A)$ existiert nicht immer
- ☐ $E(A)$ ist immer Element des Trägers.
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.

f) Markieren Sie die Formel zur Berechnung der Kovarianz zweier Zufallsvariablen A und B. **2 Punkte**

(Bitte ankreuzen! Gewicht: 2)

- ☐ $Cov(A,B) = Var(A) + Var(B)$
- ☐ $Cov(A,B) = E[(E(A)-A)(E(B)-B)]$
- ☐ $Cov(A,B) = E(A)\,A + E(B)\,B$
- ☐ $Cov(A,B) = Var(A)\,E(A) + Var(B)\,E(B)$
- ☐ Keine der angegebenen Alternativen ist korrekt.