Klausur: Einführung in die Ökonometrie (1232) Sommersemester 2004

Prüfer: Ludwig v. Auer

Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner, genehmigte Wörterbücher

Die Aufgabenstellung umfasst drei Aufgaben, die alle in der zur Verfügung stehenden Zeit von 2 Zeitstunden zu bearbeiten sind.

Aufgabe 1: Ein kleiner indischer Textilbetrieb hat 5 Mitarbeiter. Für die 5 Mitarbeiter liegen die Daten der folgenden Tabelle vor:

Mitarbeiter (t)	Monatslohn in \$ (y_t)	Produktivität (x_t)
1	100	4
2	20	3
3	80	4
4	120	5
5	80	4

a) (*14 Punkte*) Unterstellen Sie, dass zwischen x_t und y_t ein einfacher linearer Zusammenhang besteht: $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$. Berechnen Sie die Werte der KQ-Schätzer $\widehat{\alpha}$ und $\widehat{\beta}$ sowie das Bestimmtheitsmaß R^2. Interpretieren Sie Ihr für $\widehat{\beta}$ errechnetes Ergebnis.

b) (*10 Punkte*) Ermitteln Sie die Summe der Residuenquadrate $S_{\hat{u}\hat{u}}$. Berechnen Sie daraus einen Schätzwert $\hat{\sigma}^2$ für die Varianz der Störgrößen u_t [Hinweis: Falls Sie keinen solchen Wert $\hat{\sigma}^2$ berechnen konnten, benutzen Sie nachfolgend den Wert 200]. Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \beta = 0$ auf einem Signifikanzniveau von $a = 5\%$.

c) (*3 Punkte*) Es wurden auch einige andere funktionale Formen (logarithmisch, semi-logarithmisch, exponential) geschätzt. Es ergaben sich die folgenden Bestimmtheitsmaße:

	Modell	R^2
logarith.	$\ln y_t = \alpha + \beta \ln x_t + u_t$	86,4
semi-log.	$y_t = \alpha + \beta \ln x_t + u_t$	93,0
exponent.	$\ln y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$	79,4

Auf Basis der bisherigen Erkenntnisse lassen sich aus den vier untersuchten funktionalen Formen zwei als ungeeignet ausschließen. Welche sind dies und warum?

d) (*4 Punkte*) Division der Variable y_t (Monatslohn) durch ihr geometrisches Mittel $\tilde{y}$ liefert Variablenwerte $y_t^* = y_t/\tilde{y}$.
Die Variation der Variable y_t^* beträgt $S_{yy}^* = 1,185$. Die Kovariation zwischen der Variable y_t^* und der Variable $\ln x_t$ beträgt $S_{xy}^* = 0,381$.
Die Variation der Variable $\ln y_t^* = \ln(y_t/\tilde{y})$ beträgt $S_{yy}^{**} = 2,021$. Die Kovariation zwischen der Variable $\ln y_t^*$ und der Variable $\ln x_t$ beträgt $S_{xy}^{**} = 0,480$.
Die Variation der Variable $\ln x_t$ sei durch S_{xx}^* bezeichnet. Sie beträgt $S_{xx}^* = 0,132$.
Schätzen Sie mit Hilfe der KQ-Methode den jeweiligen Steigungsparameter der Modelle

$$y_t^* = \alpha + \beta \ln x_t + u_t \text{ und}$$
$$\ln y_t^* = \alpha + \beta \ln x_t + u_t \,.$$

e) (*9 Punkte*) Führen Sie einen Box-Cox-Test durch (Zarembka-Variante, Signifikanzniveau 10%) um aus den verbliebenen beiden funktionalen Formen die geeignetere auszuwählen. Falls Ihnen dies nummerisch nicht möglich ist, beschreiben Sie zumindest, in welchen Schritten Sie bei diesem Test vorgehen würden. **bitte wenden!**

Aufgabe 2: Zur Beurteilung der Zahlungsfähigkeit verschiedener Länder will der Internationale Währungsfond eine allgemeine Nachfragefunktion nach Importen bestimmen. Für die Regression liegen Daten der folgenden Variablen vor:

im_t = Importe des Landes t (in 1.000 Dollar)
wk_t = realer Wechselkurs des Landes t (in Preisnotierung)
bip_t = Bruttoinlandsprodukt des Landes t (in 1.000 Dollar).

Die Regression verwendet Querschnittsdaten von 30 Entwicklungsländern und 30 OECD-Ländern, wobei alle Entwicklungsländer ein niedrigeres Bruttoinlandsprodukt aufweisen als die OECD-Staaten.

a) (*3 Punkte*) Zunächst wurde das folgende Modell geschätzt:

$$\ln im_t = \alpha + \beta_1 \ln bip_t + u_t \ . \tag{1}$$

Die KQ-Schätzung dieses Modells lieferte für β_1 den Wert $\widehat{\beta}_1' = 1,209$. Was sagt dieser Schätzwert ökonomisch genau aus?

b) (*5 Punkte*) Das Bestimmtheitsmaß der Schätzung des Modells (1) betrug $R^2 = 83,4\%$. Die KQ-Schätzung des Modells

$$\ln im_t = \alpha + \beta_1 \ln bip_t + \beta_2 \ln wk_t + u_t' \tag{2}$$

lieferte ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 89,4\%$. Welche der beiden Modellspezifikationen ist vorzuziehen (Berechnung eines aussagekräftigen Kriteriums)?

c) (*10 Punkte*) Die Daten liefern für die Kovariation der Variablen $\ln bip_t$ und $\ln wk_t$ den Wert $S_{12} = 0,112$ und für die Variation der Variable $\ln bip_t$ den Wert $S_{11} = 7,839$. Die KQ-Schätzer des Modells (1) betrugen $\widehat{\alpha}' = -1,824$ und $\widehat{\beta}_1' = 1,209$. Die KQ-Schätzer des Modells (2) betrugen $\hat{\alpha} = 1,240$, $\hat{\beta}_1 = 1,238$ und $\hat{\beta}_2 = -1,985$.

Modell (2) erfülle alle A-, B- und C-Annahmen. Es lässt sich dann für $\widehat{\alpha}'$ und $\widehat{\beta}_1'$ zeigen, dass

$$\widehat{\beta}_1' = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \frac{S_{12}}{S_{11}} \qquad \text{und} \qquad \widehat{\alpha}' = \hat{\alpha} - \hat{\beta}_2 (\bar{x}_2 + \frac{S_{12}}{S_{11}} \bar{x}_1) \ , \tag{3}$$

wobei $\bar{x}_1 = (1/T) \sum_{t=1}^{60} \ln bip_t = 4,245$ und $\bar{x}_2 = (1/T) \sum_{t=1}^{60} \ln wk_t = 1,605$. Zeigen Sie anhand der Gleichungen (3), dass die Punktschätzer $\widehat{\alpha}'$ und $\widehat{\beta}_1'$ verzerrt sind. Geben Sie anschließend auch eine nummerische Abschätzung über das Ausmaß der Verzerrungen.

d) (*14 Punkte*) Folgendes RATS-Programm wurde für die Analyse geschrieben:

```
all 60
open data importe.xls
data(format=xls,org=obs) / im wk bip
set lim = log(im)
set lwk = log(wk)
set lbip = log(bip)
order(all) lbip
linreg(noprint) lim 1 30
# constant lwk lbip
compute suuklein = %rss
compute ndf1 = %nobs-2-1
linreg(noprint) lim 31 60
# constant lwk lbip
compute suugross = %rss
compute ndf2 = %nobs-2-1
compute FWert = (suugross/ndf2)/(suuklein/ndf1)
cdf ftest FWert ndf2 ndf1
```

Welcher Test wird in diesem Programmteil durchgeführt? Skizzieren Sie kurz die ökonometrische Idee des Tests und beschreiben Sie die notwendigen Arbeitsschritte anhand des RATS-Programmes beginnend bei Zeile 7 (*order(all) lbip*). Entscheiden Sie den Test (Signifikanzniveau 5%) mittels des folgenden RATS-Outputs:

F(27,27) = 3.02204 with Significance Level 0.00272194

e) (*8 Punkte*) Das RATS-Programm wird um folgenden Programmteil erweitert:

```
linreg(noprint) lim 1 30
# constant lwk lbip
compute sigmadachklein = (%rss/%ndf)**0.5
linreg(noprint) lim 31 60
# constant lwk lbip
compute sigmadachgross = (%rss/%ndf)**0.5
set sigmadachtrans 1 30 = sigmadachklein
set sigmadachtrans 31 60 = sigmadachgross
set a = 1/sigmadachtrans
set limtrans = lim/sigmadachtrans
set lwktrans = lwk/sigmadachtrans
set lbiptrans = lbip/sigmadachtrans
linreg limtrans
# a lwktrans lbiptrans
```

Welches Schätzverfahren wurde hier angewendet? Erläutern Sie die Vorgehensweise dieses Verfahrens.

Aufgabe 3: Kurzfragen

a) (*3 Punkte*) Stellen Sie sich vor, Sie hätten einen F-Test der Nullhypothese $H_0 : \beta = 0$ mit 40 Freiheitsgraden durchgeführt und einen F-Wert von $5,8724$ errechnet. Welchem t-Wert entspricht dieser F-Wert und was wäre Ihre Testentscheidung (Signifikanzniveau 5%)?

b) (*9 Punkte*) Nehmen Sie an, es ereigne sich ein konstanter Messfehler von μ in der *exogenen* Variable des Modells $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$. Erläutern Sie anhand einer geeigneten Grafik die Größe der Verzerrung, die sich in den KQ-Schätzern der Parameter α und β ergibt.

c) (*7 Punkte*) Sie haben Daten einer *sehr großen* Stichprobe ($T = 10.000$) und schätzen auf Basis dieser Daten ein multiples Regessionsmodell. Sie ermitteln für die Residuen ihrer KQ-Schätzung, dass $\widehat{sym}(u_t) = 0,1$ und $\widehat{kur}(u_t) = 3,1$. Führen Sie einen Jarque-Bera-Test durch (Signifikanzniveau 5%). Welche Rückschlüsse lassen sich bezüglich der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störgrößen sowie der KQ-Schätzer ziehen?

d) (*8 Punkte*) Sie haben die Daten einer Stichprobe mit $T = 100$ und schätzen das Modell $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$. Sie hegen den Verdacht, dass die Störgrößen einem AR(1) folgen mit $\rho > 0$. Eine Schätzung von ρ lieferte $\hat{\rho} = 0,3$. Benutzen Sie dieses Resultat um einen Durbin-Watson-Test durchzuführen (Signifikanzniveau 5%).

e) (*7 Punkte*) Betrachten Sie das Modell $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$. Korrigieren bzw. präzisieren Sie die folgende Aussage (ohne Begründungen): „Wenn die exogene Variable eine Zufallsvariable ist, dann ist die KQ-Methode verzerrt, inkonsistent und liefert wertlose Hypothesentests".

f) (*6 Punkte*) Betrachten Sie das Modell $y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_t$. Erläutern Sie mit Hilfe der Formel für $var(\hat{\beta}_1)$ warum sich Multikollinearität nachteilig auf die Punktschätzung von β_1 und auf Hypothesentests bezüglich β_1 auswirkt.

Formelsammlung für schriftliche Prüfung: Einführung in die Ökonometrie

1 A-, B- und C-Annahmen

Annahme A1 Im ökonometrischen Modell fehlen keine relevanten exogenen Variablen und die benutzten exogenen Variablen sind nicht irrelevant.

Annahme A2 Der wahre Zusammenhang zwischen $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}$ und y_t ist linear.

Annahme A3 Die $K+1$ Parameter $\alpha, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ sind für alle T Beobachtungen $(x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}, y_t)$ konstant.

Annahme B1 $E(u_t) = 0$,für $t = 1, 2, ..., T$.

Annahme B2 $var(u_t) = \sigma^2$,für $t = 1, 2..., T$.

Annahme B3 $cov(u_t, u_s) = 0$,für alle $t \neq s$ sowie $t = 1, 2, ..., T$ und $s = 1, 2, .., T$.

Annahme B4 Die Störgrößen u_t sind normalverteilt.

Annahme C1 Die exogenen Variablen $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}$ sind keine Zufallsvariablen, sondern können wie in einem Experiment kontrolliert werden.

Annahme C2 Es existieren keine Parameterwerte $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_K$, so daß zwischen den exogenen Variablen $x_{1t}, x_{2t}, ..., x_{Kt}$ die lineare Beziehung

$$\gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + ... + \gamma_K x_{Kt} = 0$$

für alle $t = 1, 2, ..., T$ gilt.

2 Statistik

Stichproben

$$\begin{aligned}
\overline{x} &= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_t \\
var(x) &= \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})^2 = \frac{1}{T-1}S_{xx} \\
cov(x,y) &= \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})(y_t - \overline{y}) = \frac{1}{T-1}S_{xy}
\end{aligned}$$

Zufallsvariablen

$$\begin{aligned}
E(u) &= \sum_{i=1}^{N} f(u_i)\cdot u_i \\
var(u) &= \sum_{i=1}^{N} f(u_i)\,(u_i - E(u))^2 = E\left[(u - E(u))^2\right] \\
se(u) &= \sqrt{var(u)} \\
cov(u_1, u_2) &= \sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2} f(u_{1i}, u_{2j})\cdot\left[(u_{1i} - E(u_1))(u_{2j} - E(u_2))\right] \\
&= E\left[(u_1 - E(u_1))(u_2 - E(u_2))\right] \\
E(x_1 + x_2\cdot u_2) &= x_1 + x_2\cdot E(u_2) \\
var(x_1\cdot u_2 + x_2\cdot u_2) &= x_1^2 var(u_1) + x_2^2 var(u_2) + 2x_1x_2 cov(u_1, u_2)
\end{aligned}$$

3 Einfachregression

KQ-Schätzung

$$
\begin{aligned}
S_{yy} &\equiv \sum (y_t - \overline{y})^2 = \sum y_t^2 - T\overline{y}^2 \\
S_{xx} &\equiv \sum (x_t - \overline{x})^2 = \sum x_t^2 - T\overline{x}^2 \\
S_{xy} &\equiv \sum (x_t - \overline{x})(y_t - \overline{y}) = \sum x_t y_t - T\overline{x}\,\overline{y} \\
S_{\widehat{u}\widehat{u}} &\equiv \sum \widehat{u}_t^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widehat{\alpha} &= \overline{y} - \widehat{\beta}\overline{x} \\
\widehat{\beta} &= S_{xy}/S_{xx}
\end{aligned}
$$

[KQ-Schätzer für Modell $y_t = \beta x_t + u_t$: $\widehat{\beta} = S_{xy}/S_{xx}$]

$$
\begin{aligned}
S_{\widehat{y}\widehat{y}} &= \widehat{\beta} S_{xy} \\
S_{yy} &= S_{\widehat{u}\widehat{u}} + S_{\widehat{y}\widehat{y}}
\end{aligned}
$$

$$R^2 = S_{\widehat{y}\widehat{y}}/S_{yy} = S_{xy}^2/(S_{xx}S_{yy})$$

$$
\begin{aligned}
E(\widehat{\alpha}) &= \alpha & var(\widehat{\alpha}) &= \sigma^2\left(1/T + \overline{x}^2/S_{xx}\right), \\
E\left(\widehat{\beta}\right) &= \beta & var\left(\widehat{\beta}\right) &= \sigma^2/S_{xx} = 1/T\left[\sigma^2/var(x)\right] \\
cov\left(\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}\right) &= -\sigma^2\left(\overline{x}/S_{xx}\right)
\end{aligned}
$$

$$\widehat{\sigma}^2 = S_{\widehat{u}\widehat{u}}/(T-2)$$

$$\left[\widehat{\beta} - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\beta})\ ;\ \widehat{\beta} + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\beta})\right]$$
$$\left[\widehat{\alpha} - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\alpha})\ ;\ \widehat{\alpha} + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\alpha})\right]$$

Hypothesentest (zweiseitiger t-Test)

$$
\begin{aligned}
\Pr\left\{-t_{a/2} \le t \le t_{a/2}\right\} &= 1 - a \\
\text{wobei} \qquad t &= \left(\widehat{\beta} - \beta^0\right) \Big/ \widehat{se}(\widehat{\beta})
\end{aligned}
$$

Prognose

$$var(\widehat{y}_0 - y_0) = \sigma^2\left[1 + 1/T + (x_0 - \overline{x})^2/S_{xx}\right]$$

$$\left[\widehat{y}_0 - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0)\ ;\ \widehat{y}_0 + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0)\right]$$

4 Zweifachregression

KQ-Schätzung

$$
\begin{aligned}
S_{11} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)^2 = \sum x_{1t}^2 - T\overline{x}_1^2 \\
S_{22} &\equiv \sum (x_{2t} - \overline{x}_2)^2 = \sum x_{2t}^2 - T\overline{x}_2^2 \\
S_{yy} &\equiv \sum (y_t - \overline{y})(y_t - \overline{y}) = \sum y_t^2 - T\overline{y}^2 \\
S_{12} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)(x_{2t} - \overline{x}_2) = \sum x_{1t}x_{2t} - T\overline{x}_1\overline{x}_2 \\
S_{1y} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)(y_t - \overline{y}) = \sum x_{1t}y_t - T\overline{x}_1\overline{y} \\
S_{2y} &\equiv \sum (x_{2t} - \overline{x}_2)(y_t - \overline{y}) = \sum x_{2t}y_t - T\overline{x}_2\overline{y}\,.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widehat{\beta}_1 &= \frac{S_{22}S_{1y} - S_{12}S_{2y}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\
\widehat{\beta}_2 &= \frac{S_{11}S_{2y} - S_{12}S_{1y}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}
\end{aligned}
$$

$$\widehat{\alpha} = \overline{y} - \widehat{\beta}_1\overline{x}_1 - \widehat{\beta}_2\overline{x}_2$$

[Schätzer für Modell $y_t = \beta_1 x_t + \beta_2 z_t + u_t$: $\widehat{\beta}_1 = S_{xy}/S_{xx}$, $\widehat{\beta}_2 = S_{zy}/S_{zz}$]

$$
\begin{aligned}
var(\widehat{\beta}_1) &= \frac{\sigma^2}{S_{11}(1 - R_{1\cdot 2}^2)} \\
var(\widehat{\beta}_2) &= \frac{\sigma^2}{S_{22}(1 - R_{1\cdot 2}^2)}
\end{aligned}
$$

$$var(\widehat{\alpha}) = \sigma^2/T + \overline{x}_1^2 var(\widehat{\beta}_1) + 2\overline{x}_1\overline{x}_2 cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2) + \overline{x}_2^2 var(\widehat{\beta}_2)$$

$$cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2) = \frac{-\sigma^2 R_{1\cdot 2}^2}{S_{12}(1 - R_{1\cdot 2}^2)}$$

$$R_{1\cdot 2}^2 = \frac{S_{12}^2}{S_{11}S_{22}}$$

Prognose

$$
\begin{aligned}
var(\widehat{y}_0 - y_0) &= \sigma^2(1 + 1/T) \\
&\quad + (x_{10} - \overline{x}_1)^2 var(\widehat{\beta}_1) + (x_{20} - \overline{x}_2)^2 var(\widehat{\beta}_2) \\
&\quad + 2(x_{10} - \overline{x}_1)(x_{20} - \overline{x}_2) cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2)
\end{aligned}
$$

5 Mehrfachregression

KQ-Schätzung

$$
\begin{aligned}
S_{\hat{u}\hat{u}} &= S_{yy} - \sum_{k=1}^{K} \hat{\beta}_k S_{ky} \\
R^2 &= \frac{S_{yy} - S_{\hat{u}\hat{u}}}{S_{yy}} = \frac{S_{\hat{y}\hat{y}}}{S_{yy}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E(\hat{\beta}_k) &= \beta_k \qquad k = 1, 2, ..., K \\
E(\hat{\alpha}) &= \alpha
\end{aligned}
$$

$$\hat{\sigma}^2 = S_{\hat{u}\hat{u}}/(T - K - 1)$$

Hypothesentest (F-Test)

$$F = \frac{\left(S^0_{\hat{u}\hat{u}} - S_{\hat{u}\hat{u}}\right)/L}{S_{\hat{u}\hat{u}}/\left(T - K - 1\right)}$$

Prognose

$$\left[\hat{y}_0 - t_{a/2} \cdot \hat{se}(\hat{y}_0 - y_0); \hat{y}_0 + t_{a/2} \cdot \hat{se}(\hat{y}_0 - y_0)\right]$$

6 Verletzung der Annahmen

Annahme A1:

Standardisiertes Bestimmtheitsmaß $\overline{R}^2$

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{S_{\hat{u}\hat{u}}/(T - K - 1)}{S_{yy}/(T - 1)} = 1 - \left(1 - R^2\right)\frac{T - 1}{T - K - 1}$$

AIC, SC und PC

$$
\begin{aligned}
AIC &= \ln\left(\frac{S_{\hat{u}\hat{u}}}{T}\right) + \frac{2(K + 1)}{T} \\
SC &= \ln\left(\frac{S_{\hat{u}\hat{u}}}{T}\right) + \frac{(K + 1)\ln T}{T} \\
PC &= \frac{S_{\hat{u}\hat{u}}[1 + (K + 1)/T]}{T - K - 1}
\end{aligned}
$$

Weitere Diagnose-Instrumente: t-Test, F-Test, ungenesteter F-Test, J-Test.

Annahme A2:

Zulässige nicht-lineare Funktionstypen

$$
\begin{aligned}
\ln m_t &= \alpha + \beta \ln f_t + u_t && (logarithmisch) \\
m_t &= \alpha + \beta \ln f_t + u_t && (semi - logarithmisch) \\
\ln m_t &= \alpha + \beta f_t + u_t && (exponential) \\
\ln m_t &= \alpha - \beta\left(1/f_t\right) + u_t && (log - invers) \\
m_t &= \alpha - \beta\left(1/f_t\right) + u_t && (invers) \\
m_t &= \alpha + f_t\left(\beta_1 - \beta_2 f_t\right) + u_t && (quadratisch)
\end{aligned}
$$

Box-Cox-Test (Zarembka)

$$l = \frac{T}{2}\left|\ln\left(\frac{S^*_{\hat{u}\hat{u}}}{S^{**}_{\hat{u}\hat{u}}}\right)\right| \sim \chi^2_{(1)},$$

mit $S^*_{\hat{u}\hat{u}}, S^{**}_{\hat{u}\hat{u}}$ = Summe der Residuenquadrate der transformierten Modelle

Transformationen im allgemeinen Box-Cox-Test:

$$y_t(\lambda) = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} \qquad \text{und} \qquad x_t(\psi) = \frac{x_t^\psi - 1}{\psi}$$

Regression Specification Error Test (RESET)

$$F_{(L, T - K^* - 1)} = \frac{\left(S_{\hat{u}\hat{u}} - S^*_{\hat{u}\hat{u}}\right)/L}{S^*_{\hat{u}\hat{u}}/\left(T - K^* - 1\right)}$$

Weiteres Diagnoseinstrument: R^2

Annahme A3:

Diagnose-Instrumente: F-Test, t-Test und prognostischer Chow-Test:

$$F = \frac{(S^*_{\hat{u}\hat{u}} - S^I_{\hat{u}\hat{u}})/T_{II}}{S^I_{\hat{u}\hat{u}}/(T_I - K - 1)} \sim F_{(T_{II}, T_I - K - 1)} \qquad \text{wobei}$$

K = Anzahl der exogenen Variablen einer Schätzung allein der Phase I
$S^*_{\hat{u}\hat{u}}$ = die Summe der Residuenquadrate einer Schätzung über *alle* Perioden.

Annahme B1:

$$E(\hat{\beta}) = \beta + \frac{\sum (x_t - \overline{x})\, E(u_t)}{S_{xx}}, \quad E(\hat{\alpha}) = \alpha - \overline{x}\left[E(\hat{\beta}) - \beta\right] + \frac{1}{T}\sum E(u_t).$$

Annahme B2:

Goldfeld-Quandt Test

$$F = \frac{S^P_{\hat{u}\hat{u}}/(T_P - K - 1)}{S^Z_{\hat{u}\hat{u}}/(T_Z - K - 1)},$$

mit $S^Z_{\hat{u}\hat{u}}$ und $S^P_{\hat{u}\hat{u}}$ Summe der Residuenquadrate der Gruppen Z und P

White-Test

$$R^2T \sim \chi^2_{(\nu)} ,$$

wobei ν=Anzahl der Steigungsparameter des Hilfsmodells.

Annahme B3:

AR(1)-Prozeß:

$$\begin{aligned} u_t &= \rho u_{t-1} + e_t , \qquad -1 < \rho < 1 \\ var(u_t) &= \frac{\sigma_e^2}{1-\rho^2} = \sigma^2 \\ cov(u_t, u_{t-\tau}) &= \rho^\tau \left(\frac{\sigma_e^2}{1-\rho^2}\right) = \rho^\tau \sigma^2 \neq 0 \end{aligned}$$

Schätzer für ρ

$$\widehat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \widehat{u}_t \widehat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \widehat{u}_{t-1}^2}.$$

Durbin-Watson Test

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sum_{t=2}^T (\widehat{u}_t - \widehat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \widehat{u}_t^2} \\ &\approx 2(1-\widehat{\rho}) \end{aligned}$$

- Wenn $d < d^L_{0,05}$, dann lehne $H_0 : \rho \leq 0$ ab und akzeptiere $H_1 : \rho > 0$;
- wenn $d > d^H_{0,05}$, dann lehne $H_0 : \rho \leq 0$ nicht ab;
- wenn $d^L_{0,05} < d < d^H_{0,05}$, dann treffe keine Aussage.

Wenn $H_0 : \rho \geq 0$, dann benutze

$$\begin{aligned} d^H_{0,95} &\approx 4 - d^L_{0,05} \\ d^L_{0,95} &\approx 4 - d^H_{0,05} \end{aligned}$$

Annahme B4:

Jarque-Bera-Test

$$\begin{aligned} \widehat{sym}(u_t) &= \frac{\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^3}{\left(\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^2\right)^{3/2}} \\ \widehat{kur}(u_t) &= \frac{\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^4}{\left(\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^2\right)^2} \end{aligned}$$

$$JB = T\left[\frac{[\widehat{sym}(u_t)]^2}{6} + \frac{\left[\widehat{kur}(u_t) - 3\right]^2}{24}\right] \sim \chi_{(2)}$$

Annahme C1:

Instrument-Variablen-Schätzer bei Einfachregression:

$$\begin{aligned} \widehat{\beta}^{IV} &= \frac{\sum (z_t - \overline{z})(y_t - \overline{y})}{\sum (z_t - \overline{z})(x_t - \overline{x})} \\ &= \frac{S_{zy}}{S_{zx}} \\ \widehat{\alpha}^{IV} &= \overline{y} - \widehat{\beta}^{IV}\overline{x} \end{aligned}$$

$$\widehat{\beta}^{IV} \sim N\left(\beta, var(\widehat{\beta}^{IV})\right)$$

wobei

$$\begin{aligned} var(\widehat{\beta}^{IV}) &= \frac{\sigma^2 \sum (z_t - \overline{z})^2}{\left[\sum (z_t - \overline{z})(x_t - \overline{x})\right]^2} \\ &= \frac{\sigma^2 S_{zz}}{S_{zx}^2} = \frac{\sigma^2}{S_{xx}} \cdot \frac{S_{xx}S_{zz}}{S_{zx}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{\sigma}^2 &= \frac{S^{IV}_{\widehat{u}\widehat{u}}}{T} \\ \widehat{u}_t &= y_t - \widehat{\alpha}^{IV} - \widehat{\beta}_t^{IV} x_t \end{aligned}$$

Spezifikationstest von Hausman:

$$m = \frac{\left(\widehat{\beta}^{IV} - \widehat{\beta}\right)^2}{\widehat{var}(\widehat{\beta}^{IV}) - \widehat{var}(\widehat{\beta})} \sim \chi^2_{(1)}$$

Annahme C2:

Diagnose Instrumente: R^2_{ij}, $R^2_{k \cdot ij}$, R^2, t-Tests in Verbindung mit F-Test