Klausur: Einführung in die Ökonometrie (1232) Sommersemester 2005

Prüfer: Ludwig v. Auer

Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner, Wörterbücher

Die Aufgabenstellung umfasst drei Aufgaben, die alle in der zur Verfügung stehenden Zeit von 2 Zeitstunden zu bearbeiten sind.

Aufgabe 1: In Stock und Watson (2003) finden sich Jahresdaten zum US-amerikanischen Zigarettenkonsum im Jahr 1995. Für 48 Bundesstaaten ($T = 48$) wurden jeweils die folgenden Variablenwerte erfasst:

$c_t =$ durchschnittlicher Prokopf-Zigarettenkonsum im Bundesstaat t (in Packungen)
$p_t =$ Preis einer Zigarettenpackung im Bundesstaat t (in \$)
$z_t =$ Anteil an p_t, welcher im Bundesstaat t Umsatzsteuer darstellt (in \$).

Es wurde für das Modell

$$\ln c_t = \alpha + \beta \ln p_t + u_t \tag{1}$$

eine KQ-Schätzung durchgeführt. Sie lieferte die folgenden Resultate:

Variable	Koeff.	$\widehat{\text{se}}(\cdot)$	t-Wert	p-Wert
Konstante	10,339	1,035	9,987	<0,001
logarithmierter Preis	-1,213	0,216	-5,604	<0,001

a) (*7 Punkte*) Welchen Wert und welche Interpretation besitzt bei dieser KQ-Schätzung der Koeffizient $\widehat{\beta}$. Nehmen Sie unter Verwendung von $\widehat{\beta}$ zu folgender Aussage kurz Stellung: „Ein Erhöhung der Besteuerung von Zigaretten würde die Steuereinnahmen zwangsläufig erhöhen".

b) (*3 Punkte*) Zu welchem Ergebnis gelangt man, wenn die Nullhypothese $H_0 : \beta = 0$ auf einem Signifikanzniveau von 1% getestet wird.

c) (*4 Punkte*) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \beta \geq -1$ auf einem Signifikanzniveau von 5% (es genügt für den kritischen Wert ein Näherungswert).

d) (*15 Punkte*) Ein erfahrener Ökonometriker weist Sie darauf hin, dass zwischen $\ln p_t$ und der Störgröße u_t kontemporäre Korrelation herrschen könnte. Erläutern Sie anhand einer geeigneten Grafik, welche Folgen sich aus einer positiven kontemporären Korrelation für die Punktschätzer $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ ergeben würden. Erläutern Sie unter Verwendung Ihrer Grafik, ob die Punktschätzer $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ wenigstens konsistent wären.

e) (*5 Punkte*) Der Ökonometriker schlägt vor, die Umsatzsteuer z_t als Instrumentvariable in einer Instrumentvariablenschätzung des Modells (1) zu verwenden. Welche zwei Anforderungen muss z_t erfüllen, um ein geeignetes Instrument darzustellen? Erläutern Sie formal, warum eine hohe Korrelation zwischen z_t und $x_t = \ln p_t$ wünschenswert ist?

f) (*11 Punkte*) Die Ergebnisse der Instrumentvariablenschätzung lauten:

Variable	Koeff.	$\widehat{\text{se}}(\cdot)$	t-Wert	p-Wert
Konstante	9,720	1,514	6,420	<0,001
logarithmierter Preis	-1,084	0,317	-3,422	<0,001

Ferner ergab sich bei dieser Schätzung $S_{\hat{u}\hat{u}}^{IV} = 1,667$. Führen Sie einen geeigneten Test durch, um zu überprüfen, ob die Instrumentvariablenschätzung tatsächlich notwendig war. Zu welchem Testergebnis kommen Sie, wenn Sie von einem Signifikanzniveau von 5% ausgehen und den Wert $S_{xx} = 0,767$ verwenden?

bitte wenden!

g) (*5 Punkte*) Der Ökonometriker vermutet, dass bei der Instrumentvariablenschätzung des Modells (1) die relevante Variable

$$m_t = \text{ Prokopf-Einkommen im Bundesstaat } t \text{ (in \$)}$$

ausgelassen wurde. Begründen Sie, warum diese Variable relevant sein könnte. Welche Folgen ergeben sich daraus für die KQ-Schätzung der Gleichung (1) (keine Begründung erforderlich)?

Aufgabe 2: Bei der KQ-Schätzung des ökonometrischen Modells

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \tag{2}$$

ergab sich als Summe der Residuenquadrate der Wert $S'_{\hat{u}\hat{u}} = 6,0$. Die Zahl der Beobachtungen betrug $T = 38$. Anschließend wurden die geschätzten Werte $\hat{y}_t$ berechnet und dann eine KQ-Schätzung des Modells

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma_1 \hat{y}_t^2 + \gamma_2 \hat{y}_t^3 + \gamma_3 \hat{y}_t^4 + u_t^* \tag{3}$$

durchgeführt. Die Summe der Residuenquadrate dieser Schätzung betrug $S^*_{\hat{u}\hat{u}} = 3,0$.

a) (*8 Punkte*) Erläutern Sie, warum Modell (3) Anhaltspunkte über eine eventuelle Fehlspezifikation des Modells (2) liefert.

b) (*7 Punkte*) Überprüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten Tests, ob eine solche Fehlspezifikation vorliegt.

c) (*5 Punkte*) Neben Modell (2) wurden auch andere funktionale Spezfikationen ausprobiert. Die Bestimmtheitsmaße der entsprechenden KQ-Schätzungen sind in der nachfolgenden Tabelle wiedergegeben. Welche funktionale Spezifikationen scheiden demnach aus der engeren Wahl aus? Geben Sie eine knappe Begründung für Ihre Selektion.

Funktionstyp	$\mathbf{R^2}$
linear	72,6
semi-logarithmisch	59,2
invers	81,5
exponential	82,0
logarithmisch	74,0
log-invers	77,6

d) (*10 Punkte*) Beschreiben Sie ein geeignetes einfaches Testverfahren, mit dem unter den letztlich verbliebenen funktionalen Spezifikationen die beste funktionale Form ermittelt werden kann.

Aufgabe 3: Kurzfragen

a) (*4 Punkte*) Veranschaulichen Sie in einer einfachen Grafik, wie eine Punktwolke bei nicht normalverteilten Störgrößen aussehen könnte.

b) (*11 Punkte*) Veranschaulichen Sie mit Hilfe eines Venn-Diagramms, warum Multikollinearität die Schätzung der individuellen Parameter erschwert. Begründen Sie formal, warum es manchmal trotz hoher Multikollinearität möglich ist, verlässliche KQ-Schätzungen der individuellen Parameter zu erhalten

c) (*6 Punkte*) Was versteht man unter dem langfristigen Multiplikator und dem Median-Lag eines dynamischen Modells der Form

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \ldots + \beta_K x_{t-K} + v_t \qquad ?$$

d) (*2 Punkte*) Die SPD möchte ergründen, weshalb sie in den Umfragewerten derzeit weit abgeschlagen hinter der CDU liegt. Aus diesem Grunde werden Sie beauftragt, die Anzahl der Wählerstimmen, die auf die SPD entfallen (gemessen an den insgesamt befragten Wählern in %), zu erklären. Sie vermuten, dass die wirtschaftliche Situation und die innere Sicherheit in Deutschland dabei von Bedeutung sind und nehmen deshalb die Variablen *Arbeitslosenquote* (gemessen in %) und *Anzahl der verübten Straftaten in Deutschland* (gemessen in 1000 pro Quartal) in Ihre Regression auf. Für die Analyse verwenden Sie das folgende RATS-Programm:

```
calendar 1998 3 4
allocate 2005:2
open data umfrage.xls
data(format=xls,org=obs) / waehlerstimmen straftaten arbeitslosenquote
linreg waehlerstimmen / udach
# constant straftaten arbeitslosenquote
```

Wie lautet das von Ihnen in den letzten beiden Programmzeilen geschätzte Modell?

e) (*8 Punkte*) Sie erweitern das Programm um den folgenden Programmteil:

```
linreg udach
# udach{1}
compute d = 2*(1-%beta(1))
display 'd' d
```

Welchen Test führen Sie hier durch? Wie lautet die von Ihnen zugrunde gelegte Null- und Alternativhypothese des Tests? Erläutern Sie unter Verwendung der ersten drei Programmzeilen (Aufgabenteil 3e) die ökonometrische Idee des Tests.

f) (*3 Punkte*) Das RATS-Programm liefert einen d-Wert in Höhe von 0,88143. Zu welcher Testentscheidung gelangen Sie also, wenn Sie ein Signifikanzniveau von 5% unterstellen?

g) (*6 Punkte*) Sie schätzen Ihr ökonometrisches Modell mit den beiden Befehlszeilen

```
ar1(method=corc) waehlerstimmen
# constant straftaten arbeitslosenquote
```

Wie nennt sich das zugrunde liegende Schätzverfahren? Beschreiben Sie dieses kurz.

Formelsammlung für schriftliche Prüfung: Einführung in die Ökonometrie

1 A-, B- und C-Annahmen

Annahme A1 Im ökonometrischen Modell fehlen keine relevanten exogenen Variablen und die benutzten exogenen Variablen sind nicht irrelevant.

Annahme A2 Der wahre Zusammenhang zwischen $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}$ und y_t ist linear.

Annahme A3 Die $K+1$ Parameter $\alpha, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ sind für alle T Beobachtungen $(x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}, y_t)$ konstant.

Annahme B1 $E(u_t) = 0$, für $t = 1, 2, ..., T$.

Annahme B2 $var(u_t) = \sigma^2$, für $t = 1, 2..., T$.

Annahme B3 $cov(u_t, u_s) = 0$, für alle $t \neq s$ sowie $t = 1, 2, ..., T$ und $s = 1, 2, .., T$.

Annahme B4 Die Störgrößen u_t sind normalverteilt.

Annahme C1 Die exogenen Variablen $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{Kt}$ sind keine Zufallsvariablen, sondern können wie in einem Experiment kontrolliert werden.

Annahme C2 Es existieren keine Parameterwerte $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_K$ (wobei mindestens ein $\gamma_k \neq 0$), so dass zwischen den exogenen Variablen $x_{1t}, x_{2t}, ..., x_{Kt}$ für alle $t = 1, 2, ..., T$ die folgende lineare Beziehung gilt:

$$\gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + ... + \gamma_K x_{Kt} = 0 \, .$$

2 Statistik

Stichproben

$$\begin{aligned}
\overline{x} &= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_t \\
\widehat{var}(x) &= \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})^2 = \frac{1}{T-1}S_{xx} \\
\widehat{se}(x) &= \sqrt{\widehat{var}(x)} \\
\widehat{cov}(x,y) &= \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(x_t - \overline{x})(y_t - \overline{y}) = \frac{1}{T-1}S_{xy} \\
\widehat{cor}(x,y) &= \frac{\widehat{cov}(x,y)}{\widehat{se}(x)\cdot\widehat{se}(y)} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}}
\end{aligned}$$

Zufallsvariablen

$$\begin{aligned}
E(u) &= \sum_{i=1}^{N} f(u_i)\cdot u_i \\
var(u) &= \sum_{i=1}^{N} f(u_i)\,(u_i - E(u))^2 = E\left[(u - E(u))^2\right] \\
se(u) &= \sqrt{var(u)} \\
cov(u_1, u_2) &= \sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{N_2} f(u_{1i}, u_{2j})\cdot\left[(u_{1i} - E(u_1))(u_{2j} - E(u_2))\right] \\
&= E\left[(u_1 - E(u_1))(u_2 - E(u_2))\right] \\
E(x_1 + x_2\cdot u_2) &= x_1 + x_2\cdot E(u_2) \\
var(x_1\cdot u_1 + x_2\cdot u_2) &= x_1^2 var(u_1) + x_2^2 var(u_2) + 2x_1x_2 cov(u_1, u_2)
\end{aligned}$$

3 Einfachregression

Schätzung

$$\begin{aligned}
S_{yy} &\equiv \sum (y_t - \overline{y})^2 = \sum y_t^2 - T\overline{y}^2 \\
S_{xx} &\equiv \sum (x_t - \overline{x})^2 = \sum x_t^2 - T\overline{x}^2 \\
S_{xy} &\equiv \sum (x_t - \overline{x})(y_t - \overline{y}) = \sum x_t y_t - T\overline{x}\,\overline{y} \\
S_{\widehat{u}\widehat{u}} &\equiv \sum \widehat{u}_t^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\alpha} &= \overline{y} - \widehat{\beta}\overline{x} \\
\widehat{\beta} &= S_{xy}/S_{xx}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{\widehat{y}\widehat{y}} &= \widehat{\beta} S_{xy} \\
S_{yy} &= S_{\widehat{u}\widehat{u}} + S_{\widehat{y}\widehat{y}}
\end{aligned}$$

$$R^2 = S_{\widehat{y}\widehat{y}}/S_{yy} = S_{xy}^2/(S_{xx}S_{yy})$$

$$\begin{aligned}
E(\widehat{\alpha}) &= \alpha & var(\widehat{\alpha}) &= \sigma^2\left(1/T + \overline{x}^2/S_{xx}\right), \\
E\left(\widehat{\beta}\right) &= \beta & var\left(\widehat{\beta}\right) &= \sigma^2/S_{xx} \\
cov\left(\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}\right) &= -\sigma^2\left(\overline{x}/S_{xx}\right)
\end{aligned}$$

$$\widehat{\sigma}^2 = S_{\widehat{u}\widehat{u}}/(T-2)$$

$$\left[\widehat{\beta} - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\beta})\ ;\ \widehat{\beta} + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\beta})\right]$$
$$\left[\widehat{\alpha} - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\alpha})\ ;\ \widehat{\alpha} + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{\alpha})\right]$$

Hypothesentest (zweiseitiger t-Test)

$$\begin{aligned}
\Pr\left\{-t_{a/2} \le t \le t_{a/2}\right\} &= 1 - a \\
\text{wobei} \qquad t &= \left(\widehat{\beta} - q\right)\Big/\widehat{se}(\widehat{\beta})
\end{aligned}$$

Prognose

$$var(\widehat{y}_0 - y_0) = \sigma^2\left[1 + 1/T + (x_0 - \overline{x})^2/S_{xx}\right]$$

$$\left[\widehat{y}_0 - t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0)\ ;\ \widehat{y}_0 + t_{a/2}\cdot\widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0)\right]$$

4 Zweifachregression

Schätzung

$$\begin{aligned}
S_{11} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)^2 = \sum x_{1t}^2 - T\overline{x}_1^2 \\
S_{22} &\equiv \sum (x_{2t} - \overline{x}_2)^2 = \sum x_{2t}^2 - T\overline{x}_2^2 \\
S_{yy} &\equiv \sum (y_t - \overline{y})(y_t - \overline{y}) = \sum y_t^2 - T\overline{y}^2 \\
S_{12} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)(x_{2t} - \overline{x}_2) = \sum x_{1t}x_{2t} - T\overline{x}_1\overline{x}_2 \\
S_{1y} &\equiv \sum (x_{1t} - \overline{x}_1)(y_t - \overline{y}) = \sum x_{1t}y_t - T\overline{x}_1\overline{y} \\
S_{2y} &\equiv \sum (x_{2t} - \overline{x}_2)(y_t - \overline{y}) = \sum x_{2t}y_t - T\overline{x}_2\overline{y}\,.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\beta}_1 &= \frac{S_{22}S_{1y} - S_{12}S_{2y}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\
\widehat{\beta}_2 &= \frac{S_{11}S_{2y} - S_{12}S_{1y}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}
\end{aligned}$$

$$\widehat{\alpha} = \overline{y} - \widehat{\beta}_1\overline{x}_1 - \widehat{\beta}_2\overline{x}_2$$

$$\begin{aligned}
var(\widehat{\beta}_1) &= \frac{\sigma^2}{S_{11}(1 - R_{1\cdot 2}^2)} \\
var(\widehat{\beta}_2) &= \frac{\sigma^2}{S_{22}(1 - R_{1\cdot 2}^2)}
\end{aligned}$$

$$var(\widehat{\alpha}) = \sigma^2/T + \overline{x}_1^2 var(\widehat{\beta}_1) + 2\overline{x}_1\overline{x}_2 cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2) + \overline{x}_2^2 var(\widehat{\beta}_2)$$

$$cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2) = \frac{-\sigma^2 R_{1\cdot 2}^2}{S_{12}(1 - R_{1\cdot 2}^2)}$$

$$\text{wobei } R_{1\cdot 2}^2 = \frac{S_{12}^2}{S_{11}S_{22}}$$

Prognose

$$\begin{aligned}
var(\widehat{y}_0 - y_0) &= \sigma^2(1 + 1/T) \\
&\quad + (x_{10} - \overline{x}_1)^2 var(\widehat{\beta}_1) + (x_{20} - \overline{x}_2)^2 var(\widehat{\beta}_2) \\
&\quad + 2(x_{10} - \overline{x}_1)(x_{20} - \overline{x}_2) cov(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2)
\end{aligned}$$

5 Mehrfachregression

Schätzung

$$
\begin{aligned}
S_{\hat{u}\hat{u}} &= S_{yy} - \sum_{k=1}^{K} \widehat{\beta}_k S_{ky} \\
R^2 &= \frac{S_{yy} - S_{\hat{u}\hat{u}}}{S_{yy}} = \frac{S_{\hat{y}\hat{y}}}{S_{yy}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E(\widehat{\beta}_1) &= \beta_1 \\
E(\widehat{\beta}_2) &= \beta_2 \\
E(\widehat{\alpha}) &= \alpha
\end{aligned}
$$

$$\widehat{\sigma}^2 = S_{\hat{u}\hat{u}}/(T-K-1)$$

Hypothesentest (F-Test)

$$F = \frac{\left(S^0_{\hat{u}\hat{u}} - S_{\hat{u}\hat{u}}\right)/L}{S_{\hat{u}\hat{u}}/\left(T-K-1\right)} \sim F_{(L,T-K-1)}$$

Prognose

$$\left[\widehat{y}_0 - t_{a/2} \cdot \widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0); \widehat{y}_0 + t_{a/2} \cdot \widehat{se}(\widehat{y}_0 - y_0)\right]$$

6 Verletzung der Annahmen

Annahme A1:

Standardisiertes Bestimmtheitsmaß $\overline{R}^2$

$$
\begin{aligned}
\overline{R}^2 &= 1 - \frac{S_{\hat{u}\hat{u}}/(T-K-1)}{S_{yy}/(T-1)} \\
&= 1 - \left(1 - R^2\right)\frac{T-1}{T-K-1}
\end{aligned}
$$

Weitere Kennzahlen

$$
\begin{aligned}
AIC &= \ln\left(\frac{S_{\hat{u}\hat{u}}}{T}\right) + \frac{2(K+1)}{T} \\
SC &= \ln\left(\frac{S_{\hat{u}\hat{u}}}{T}\right) + \frac{(K+1)\ln T}{T} \\
PC &= \frac{S_{\hat{u}\hat{u}}\left[1 + (K+1)/T\right]}{T-K-1}
\end{aligned}
$$

Weitere Diagnose-Instrumente: t-Test, F-Test, ungenesteter F-Test, J-Test.

Annahme A2:

Zulässige nicht-lineare Funktionstypen

$$
\begin{aligned}
\ln m_t &= \alpha + \beta \ln f_t + u_t && (logarithmisch) \\
m_t &= \alpha + \beta \ln f_t + u_t && (semi-logarithmisch) \\
\ln m_t &= \alpha + \beta f_t + u_t && (exponential) \\
\ln m_t &= \alpha - \beta\left(1/f_t\right) + u_t && (log-invers) \\
m_t &= \alpha - \beta\left(1/f_t\right) + u_t && (invers) \\
m_t &= \alpha + f_t\left(\beta_1 - \beta_2 f_t\right) + u_t && (quadratisch)
\end{aligned}
$$

Box-Cox-Test

$$l = \frac{T}{2}\left|\ln\left(\frac{S^*_{\hat{u}\hat{u}}}{S^{**}_{\hat{u}\hat{u}}}\right)\right| \sim \chi^2_{(1)},$$

mit $S^*_{\hat{u}\hat{u}}$ = Summe der Residuenquadrate des Modells mit y^*_t

$S^{**}_{\hat{u}\hat{u}}$ = Summe der Residuenquadrate des Modells mit $\ln y^*_t$

Regression Specification Error Test (RESET)

$$F = \frac{\left(S'_{\hat{u}\hat{u}} - S^*_{\hat{u}\hat{u}}\right)/L}{S^*_{\hat{u}\hat{u}}/\left(T-K^*-1\right)} \sim F_{(L,T-K^*-1)}$$

Weiteres Diagnoseinstrument: R^2

Annahme A3:

Diagnose-Instrumente: F-Test, prognostischer Chow-Test, t-Test

Annahme B2:

Goldfeld-Quandt Test

$$F = \frac{S^{II}_{\hat{u}\hat{u}}/(T_{II}-K-1)}{S^{I}_{\hat{u}\hat{u}}/(T_{I}-K-1)},$$

mit $S^{I}_{\hat{u}\hat{u}}$ und $S^{II}_{\hat{u}\hat{u}}$ Summe der Residuenquadrate der Gruppen I und II

White-Test

$$R^2 T \sim \chi^2_{(v)},$$

wobei ν=Anzahl der Steigungsparameter des Hilfsmodells.

Annahme B3:

AR(1)-Prozeß:

$$\begin{aligned} u_t &= \rho u_{t-1} + e_t\,, \qquad -1 < \rho < 1 \\ var(u_t) &= \frac{\sigma_e^2}{1-\rho^2} \equiv \sigma^2 \\ cov(u_t, u_{t-\tau}) &= \rho^\tau \left(\frac{\sigma_e^2}{1-\rho^2}\right) = \rho^\tau \sigma^2 \neq 0 \end{aligned}$$

Schätzer für ρ

$$\widehat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{T} \widehat{u}_{t-1}\widehat{u}_t}{\sum_{t=2}^{T} \widehat{u}_{t-1}^2}.$$

Durbin-Watson Test

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sum_{t=2}^{T} (\widehat{u}_t - \widehat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{T} \widehat{u}_t^2} \\ &\approx 2(1-\widehat{\rho}) \end{aligned}$$

- Wenn $d < d_{0,05}^L$, dann lehne $H_0 : \rho \leq 0$ ab und akzeptiere $H_1 : \rho > 0$;
- wenn $d > d_{0,05}^H$, dann lehne $H_0 : \rho \leq 0$ nicht ab;
- wenn $d_{0,05}^L < d < d_{0,05}^H$, dann treffe keine Aussage.

Wenn $H_0 : \rho \geq 0$, dann benutze

$$\begin{aligned} d_{0,95}^H &\approx 4 - d_{0,05}^L \\ d_{0,95}^L &\approx 4 - d_{0,05}^H \end{aligned}$$

Annahme B4:

Jarque-Bera-Test

$$\begin{aligned} \widehat{sym}(u_t) &= \frac{\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^3}{\left(\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^2\right)^{3/2}} \\ \widehat{kur}(u_t) &= \frac{\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^4}{\left(\frac{1}{T}\sum \widehat{u}_t^2\right)^{2}} \end{aligned}$$

$$JB = T\left[\frac{[\widehat{sym}(u_t)]^2}{6} + \frac{\left[\widehat{kur}(u_t) - 3\right]^2}{24}\right] \sim \chi_{(2)}$$

Annahme C1:

Instrumentvariablen-Schätzer bei Einfachregression:

$$\begin{aligned} \widehat{\beta}^{IV} &= \frac{\sum (z_t - \overline{z})(y_t - \overline{y})}{\sum (z_t - \overline{z})(x_t - \overline{x})} \\ &= \frac{S_{zy}}{S_{zx}} \\ \widehat{\alpha}^{IV} &= \overline{y} - \widehat{\beta}^{IV}\overline{x} \end{aligned}$$

$$\widehat{\beta}^{IV} \sim N\left(\beta, var(\widehat{\beta}^{IV})\right)$$

wobei

$$\begin{aligned} \widehat{var}(\widehat{\beta}^{IV}) &= \frac{\widehat{\sigma}^2 \sum (z_t - \overline{z})^2}{[\sum (z_t - \overline{z})(x_t - \overline{x})]^2} \\ &= \frac{\widehat{\sigma}^2 S_{zz}}{S_{zx}^2} = \frac{\widehat{\sigma}^2}{S_{xx}} \cdot \frac{S_{xx}S_{zz}}{S_{zx}^2} = \widehat{var}(\widehat{\beta}) \cdot \frac{1}{R_{z \cdot x}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{\sigma}^2 &= \frac{S_{\widehat{u}\widehat{u}}^{IV}}{T-K-1} \\ \widehat{u}_t &= y_t - \widehat{\alpha}^{IV} - \widehat{\beta}_t^{IV} x_t \end{aligned}$$

Spezifikationstest von Hausman:

$$m = \frac{\left(\widehat{\beta}^{IV} - \widehat{\beta}\right)^2}{\widehat{var}(\widehat{\beta}^{IV}) - \widehat{var}(\widehat{\beta})} \sim \chi_{(1)}^2$$

Annahme C2:

Diagnose Instrumente: R_{ij}^2, $R_{k \cdot ij}^2$, R^2, t-Tests in Verbindung mit F-Test

7 Weiterführende Themenbereiche

Dynamische Modelle:

Stationärer Prozeß:

1. $E(x_t) = \mu$ für alle $t = 1, 2, ..., T$;
2. $var(x_t) = \sigma_x^2$ für alle $t = 1, 2, ..., T$;
3. $cov(x_t, x_{t+\tau}) = \gamma_\tau$ für alle $t = 1, 2, ..., T$ und alle $\tau = 1, 2, ..., T-1$.

Ökonometrisches Modell:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + ... + \beta_K x_{t-K} + v_t.$$

Langfristiger Multiplikator: $\sum_{k=0}^{K} \beta_k$

geometrische Lagverteilung:

$$\beta_k = \beta_0 \lambda^k$$

Koyck-Modell:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 x_t + \lambda y_{t-1} + u_t \ ,$$

wobei

$$\begin{aligned} u_t &= v_t - \lambda v_{t-1} \\ \alpha_0 &= (1-\lambda)\alpha \ . \end{aligned}$$

Modell mit rationaler Lag-Verteilung ($K = 1$ und $M = 1$):

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 x_t + \mu x_{t-1} + \lambda y_{t-1} + u_t \ .$$

Fehlerkorrektur-Formulierung:

$$\Delta y_t = \beta_0 \Delta x_t - (1-\lambda)\left[y_{t-1} - \frac{\alpha_0}{1-\lambda} - \frac{\beta_0 + \mu}{1-\lambda} x_{t-1}\right] + u_t \ .$$

Interdependente Gleichungssysteme:

Ordnungskriterium: Eine Gleichung ist

unteridentifiziert, wenn	$\dot{K} - K^* < M^* - 1$,
genau identifiziert, wenn	$\dot{K} - K^* = M^* - 1$,
überidentifiziert, wenn	$\dot{K} - K^* > M^* - 1$.

$\dot{K}$ = Anzahl der system-exogenen Variablen im gesamten Gleichungssystem.

K^* = Anzahl der system-exogenen Variablen in der betrachteten Gleichung.

M^* = Anzahl der system-endogenen Variablen in der betrachteten Gleichung.