Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre VIII
- Management Science -
Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung
Graphen – Probleme, Methoden, Anwendungen
19. Juli 2004

Name: .... **Vorname:** .... **Matrikelnummer:** ....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst 4 Seiten (einschließlich des Deckblatts).
4. Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbuch ohne handschriftliche Anmerkungen.

Aufgabe	1	2	3	4	Gesamt
Punkte erreichbar	10	9	15	16	50

Aufgabe 1 (10 Punkte)

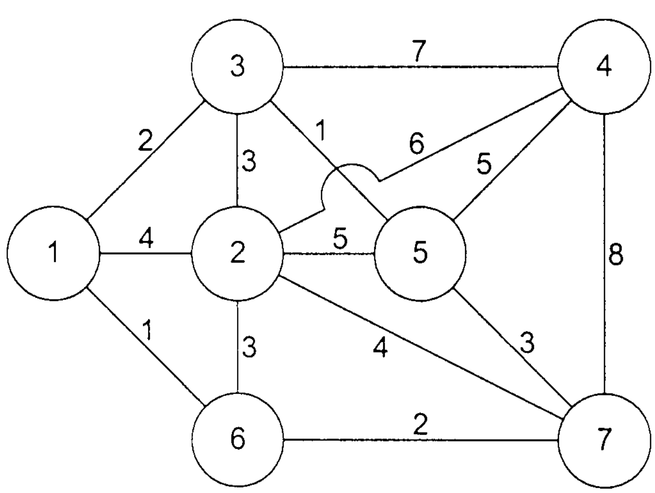
Ein Projekt sei durch folgende Vorgangsliste definiert:

Vorgang	unmittelbare Vorgänger
A	-
B	D
C	-
D	-
E	B, C
F	A, B, C
G	B, C
H	B, C
I	D
J	E, F, G, I
K	E, F
L	E, F, G, I
M	H, L
N	H, K, L

Erstellen Sie einen Vorgangspfeilnetzplan für dieses Projekt! Minimieren Sie dabei die Anzahl der Scheinvorgänge sowie die Anzahl der Überschneidungen von Vorgangspfeilen!

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Gegeben sei der folgende Graph:



a) Geben Sie die zugehörige Adjazenzmatrix an!

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Kruskal-Algorithmus **alle** minimal spannenden Bäume dieses Graphen sowie den zugehörigen minimalen Wert des Baumes!

Aufgabe 3 (15 Punkte):

Ein lineares Optimierungssystem der Form

$$x_0 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} g_{ij}\, x_{ij} \quad \rightarrow \quad \text{Max!}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} &= v_i \quad , \quad i = 1, \ldots, m; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} &= b_j \quad , \quad j = 1, \ldots, n; \\ x_{ij} &\geqq 0 \quad , \quad i = 1, \ldots, m,\ j = 1, \ldots, n. \end{aligned}$$

sei durch folgende Daten definiert:

$$\mathbf{G} = (g_{ij}) = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \\ 7 & 5 & 7 \\ 7 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} = (v_i) = (100, 100, 80, 170)$$

$$\mathbf{b} = (b_j) = (150, 40, 210)$$

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des - in geeigneter Weise modifizierten - Vogelschen Approximationsverfahren eine Lösung des Systems! Geben Sie auch die zugehörige Lösungsmatrix und den zugehörigen Zielwert an!

b) Testen Sie die unter a) ermittelte Lösung auf Optimalität! Bestimmen Sie ggf. eine optimale Lösung, indem Sie die - in geeigneter Weise modifizierte - MODI-Methode anwenden, und geben Sie wieder die zugehörige Lösungsmatrix und den zugehörigen Zielwert an!

Aufgabe 4 (16 Punkte)

Ein lineares Zuordnungsproblem sei durch folgende, bereits reduzierte Kostenmatrix definiert:

i \ j	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	3	4	5	0	8
3	1	8	2	0	7
4	4	9	6	0	9
5	6	3	2	0	5

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode Branch and Bound eine optimale Lösung des Problems! Geben Sie auch den zugehörigen Zielwert an!