Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre VIII
- Management Science -
Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung

Graphen – Probleme, Methoden, Anwendungen (2182)

26. Juli 2006

Name: .... **Vorname:** .... **Matrikelnummer:** ....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst 3 Aufgaben, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte. Korrekturstifte sowie Rotstifte sind nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsweg an, für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe	1	2	3	Gesamt
Punkte erreichbar	15	16	19	50

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre VIII
- Management Science -
Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung

Graphen – Probleme, Methoden, Anwendungen (2182)

26. Juli 2006

Name: .... **Vorname:** .... **Matrikelnummer:** ....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst 3 Aufgaben, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte. Korrekturstifte sowie Rotstifte sind nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsweg an, für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe	1	2	3	Gesamt
Punkte erreichbar	15	16	19	50

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Ein lineares Zuordnungsproblem soll mit Hilfe der Ungarischen Methode gelöst werden. Erste Schritte des Verfahrens wurden bereits vorgenommen und haben zu der folgenden reduzierten Kostenmatrix geführt:

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	8	$\boxed{0}$	18	6	9	0
2	6	3	$\boxed{0}$	0	11	10
3	0	6	14	$\boxed{0}$	0	7
4	6	0	10	16	8	12
5	12	16	7	0	17	9
6	18	0	9	5	10	14

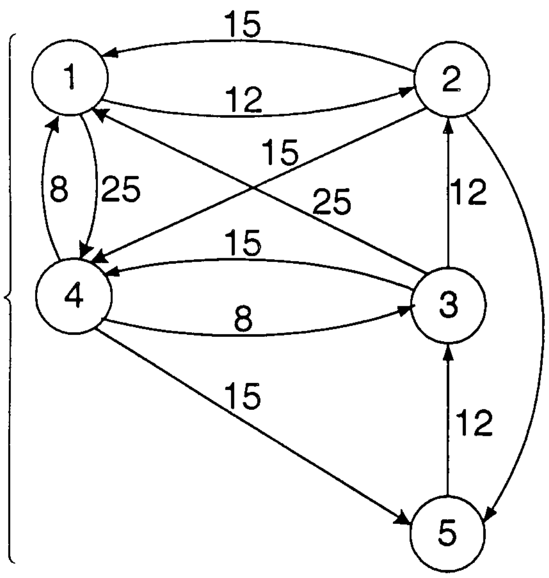
Der bisher ermittelte Lower Bound beträgt LB=115. Die umrahmten Nullen in der Matrix seien aktuell als unabhängige Nullen ausgewählt.

a) Konstruieren Sie die Decklinien für die gegebene Matrix! Ist die Anzahl der ausgewählten unabhängigen Nullen maximal? Begründen Sie Ihre Antwort! Sollte eine zu geringe Anzahl unabhängiger Nullen vorliegen, so korrigieren Sie die Auswahl auf der Grundlage der ermittelten Decklinien!

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ungarischen Methode eine optimale Lösung des zugrunde liegenden linearen Zuordnungsproblems! Geben Sie auch den optimalen Zielwert an!

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Durch den bewerteten, gerichteten Graph

$G = (E, P, c) :=$ 

,

dessen Pfeilbewertungen die jeweiligen Einheitstransportkosten angeben, sowie durch die folgende Tabelle, in der die jeweiligen Vorräte bzw. Bedarfe an den einzelnen Orten zusammengefasst sind, sei ein Transit-Transportproblem definiert.

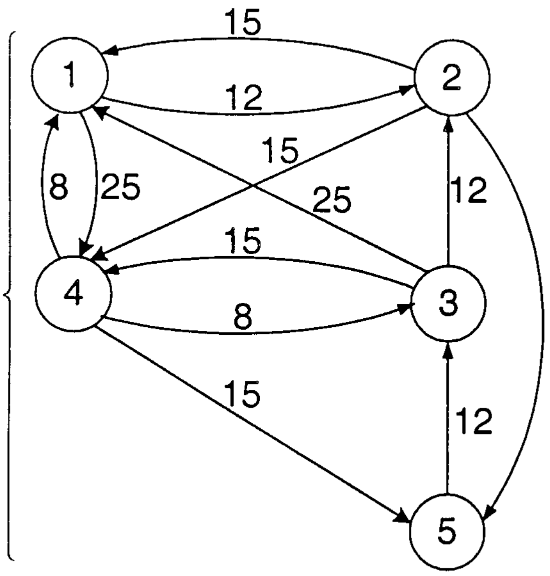
Ort i	Vorrat v_i	Bedarf b_i
1	0	50
2	110	0
3	40	0
4	0	70
5	0	30

Gesucht ist ein kostenminimales Transportprogramm, bei dem sämtliche Vorräte aufgebraucht und sämtliche Bedarfe befriedigt werden.

Die Bestimmung einer zulässigen (bzw. optimalen) Lösung dieses gegebenen Transit-Transportproblems soll mit Hilfe eines äquivalenten klassischen Transportproblems erfolgen, dessen allgemeine Struktur wie folgt gegeben sei:

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Durch den bewerteten, gerichteten Graph

$G = (E,P,c) :=$ 

,

dessen Pfeilbewertungen die jeweiligen Einheitstransportkosten angeben, sowie durch die folgende Tabelle, in der die jeweiligen Vorräte bzw. Bedarfe an den einzelnen Orten zusammengefasst sind, sei ein Transit-Transportproblem definiert.

Ort i	Vorrat v_i	Bedarf b_i
1	0	50
2	110	0
3	40	0
4	0	70
5	0	30

Gesucht ist ein kostenminimales Transportprogramm, bei dem sämtliche Vorräte aufgebraucht und sämtliche Bedarfe befriedigt werden.

Die Bestimmung einer zulässigen (bzw. optimalen) Lösung dieses gegebenen Transit-Transportproblems soll mit Hilfe eines äquivalenten klassischen Transportproblems erfolgen, dessen allgemeine Struktur wie folgt gegeben sei:

(1) $x_0 = \sum_{i \in E} \sum_{j \in E} c_{ij} \; x_{ij} \rightarrow \text{Min!}$

(2) $\sum_{j \in E} x_{ij} = T - b_i$ für alle $i \in E$,

(3) $\sum_{i \in E} x_{ij} = T - v_j$ für alle $j \in E$,

(4) $x_{ij} \geqq 0$ für alle $i \in E$, $j \in E$,

mit

(5) $T = \sum_{j \in E} v_j = \sum_{i \in E} b_i$.

Die Koeffizienten c_{ij} in der Zielfunktion (1) beziehen sich auf die zu dem gegebenen Graph gehörende Bewertungsmatrix **C(G)**.

a) Geben Sie die Bewertungsmatrix **C(G)** an!

b) Erstellen Sie auf der Grundlage der ermittelten Bewertungsmatrix und der gegebenen Vorrats- und Bedarfsmengen ein Rechentableau, mit dessen Hilfe sich eine Ausgangslösung des Systems (1)-(5) bestimmen lässt.

c) Bestimmen Sie eine **zulässige** Lösung des Problems (1)-(5) unter Anwendung des Kostenminimumverfahrens! Geben Sie auch den zugehörigen Zielwert an! Die Bestimmung einer optimalen Lösung ist <u>nicht</u> gefordert!

d) Stellen Sie die Transportströme graphisch dar, die sich aus der ermittelten Lösung zu (1)-(5) für das Ausgangsproblem ergeben!

e) Ist es allgemein möglich, dass eine Lösung des Systems (1)-(5) keine zulässige Lösung des Ausgangsproblems darstellt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3 (19 Punkte)

Ein gerichteter Graph G=(E,P,c) sei durch die folgende Bewertungsmatrix beschrieben:

C(G) =

i \ j	1	2	3	4	5
1	0	∞	5	14	8
2	∞	0	∞	12	7
3	∞	1	0	8	∞
4	8	4	∞	0	3
5	14	8	∞	3	0

a) Formulieren Sie explizit ein binär-lineares Optimierungssystem, mit dem sich ein kürzester Weg von Knoten 2 zu Knoten 3 in G bestimmen lässt!

b) Bestimmen Sie durch Anwendung des Floyd-Algorithmus für jedes Knotenpaar (i, j) jeweils einen kürzesten Weg von i nach j (i, j = 1, ..., 5)! Geben Sie die daraus resultierende Entfernungsmatrix sowie die zugehörige Wegematrix an!

c) Geben Sie an, wie der kürzeste Weg von Knoten 2 zu Knoten 3 verläuft!

Verwenden Sie für Ihre Berechnungen die auf der nächsten Seite angegebenen Tableaus! Beschriften Sie die Tableaus auch in geeigneter Weise!

