



Klausur zur Lehrveranstaltung
Graphen –
Probleme, Methoden, Anwendungen (2182)

21. Juli 2008

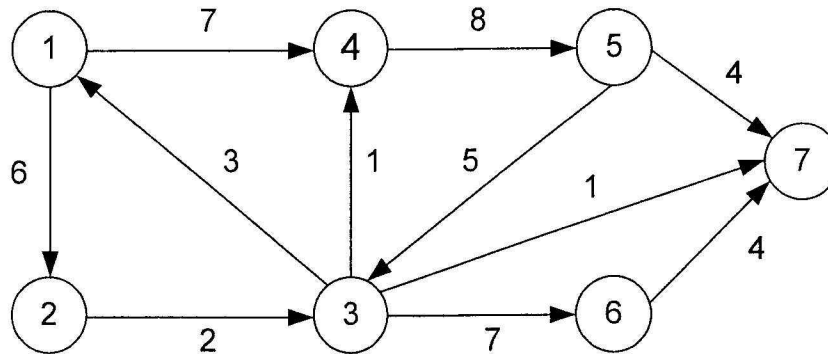
Name:..... Matrikelnummer:.....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blättern Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst **4 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten! Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Bleistifte sowie die Verwendung von roter Tinte sind nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe 1 (12 Punkte)

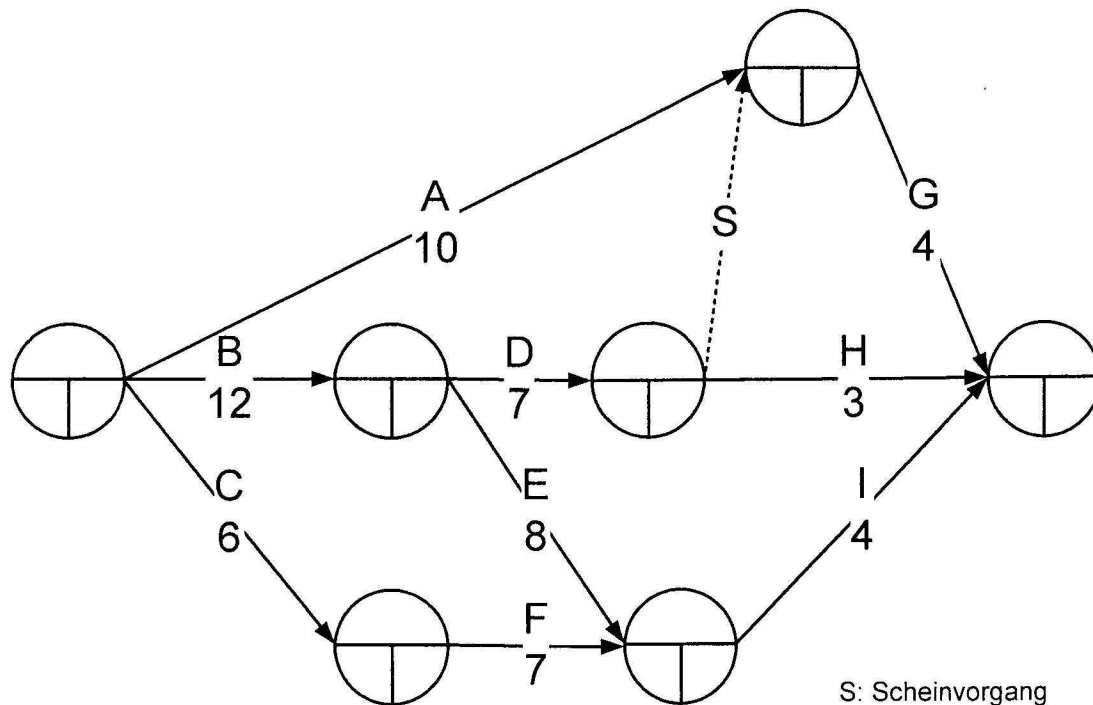
Durch die folgende Abbildung sei ein bewerteter, gerichteter Graph definiert:



- Stellen Sie die Adjazenzmatrix des Graphen auf! (2 Punkte)
- Formulieren Sie (explizit) für diesen Graph ein binär-lineares Optimierungssystem, mit dem sich ein kürzester Weg von Knoten 1 zu Knoten 7 bestimmen lässt! Definieren Sie auch die verwendeten Symbole! (10 Punkte)

Aufgabe 2 (11 Punkte)

Ein Projekt sei durch den folgenden CPM-Netzplan beschrieben:



Die Vorgänge sind mit Buchstaben bezeichnet, die zugehörigen Zahlenangaben repräsentieren die jeweiligen Vorgangsdauern.

- Sortieren Sie die Knoten topologisch! (2 Punkte)
- Bestimmen Sie die frühestmöglichen Eintrittszeitpunkte der einzelnen Ereignisse, den frühestmöglichen Projektendtermin sowie die spätesten erlaubten Eintrittszeitpunkte der Ereignisse! Gehen Sie davon aus, dass das Projekt am Zeitpunkt 0 beginnt, und starten Sie die Rückwärtsrechnung mit dem durch die Vorwärtsrechnung bestimmten Projektendtermin! Bestimmen Sie den kritischen Pfad! (5 Punkte)
- Bei der Vorwärtsrechnung zur Bestimmung der Ereignistermine löst man ein Optimierungsproblem. Worin besteht dieses Problem? Wie unterscheidet es sich von denjenigen Problemen, die mittels des Bellman-Algorithmus lösbar sind? Welche Änderung müssen Sie am Algorithmus von Bellman vornehmen, um ihn auf dieses Problem anzuwenden? (4 Punkte)

Aufgabe 3 (14 Punkte)

Ein klassisches Transportproblem sei durch die folgende Tabelle beschrieben:

	B ₁	B ₂	B ₃	Vorrat
V ₁	4	3	7	30
V ₂	10	0	2	90
V ₃	3	4	8	10
V ₄	5	3	1	50
Bedarf	40	90	50	

Dabei geben die Zahlen im Inneren der Tabelle die jeweiligen Kosten für den Transport einer Mengeneinheit des Transportgutes vom Vorratsort V_i (i = 1, 2, 3, 4) zum Bedarfsort B_j (j = 1, 2, 3) an.

- Besitzt das Problem eine optimale Lösung? (Begründung! Keine Berechnung!) (2 Punkte)
- Bestimmen Sie - ausgehend von der Basislösung $x_{11} = 30$, $x_{22} = 90$, $x_{31} = 10$, $x_{32} = 0$, $x_{42} = 0$ und $x_{43} = 50$ (alle Nichtbasisvariablen haben den Wert 0) - mittels der MODI-Methode eine optimale Lösung des Transportproblems! (10 Punkte)
- Ist die so gefundene Lösung die einzige optimale Lösung? (2 Punkte)

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Durch die (bereits reduzierte) Kostenmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 7 & 1 & 7 \\ 4 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sei ein lineares Zuordnungsproblem definiert. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Branch-and-Bound Verfahrens **eine** optimale Lösung des Problems! (13 Punkte)