



---

**Klausur zur Lehrveranstaltung**  
**Graphen –**  
**Probleme, Methoden, Anwendungen (2182)**

**12. Februar 2010**

Name:.....

Matrikelnummer:.....

**Allgemeine Hinweise:**

1. Schreiben Sie nach dem Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst **4 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten! Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Die Verwendung von Bleistiften oder roter Tinte ist nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Durch die folgende Bewertungsmatrix sei ein bewerteter Digraph beschrieben:

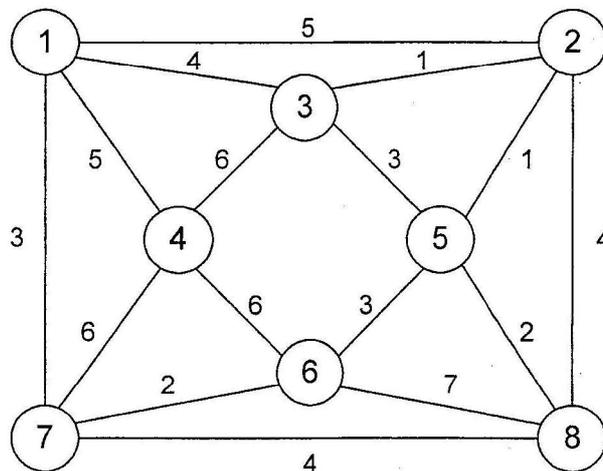
$C(G) =$

E \ E	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	6	4	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	$\infty$	0	$\infty$	6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	5	0	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	7	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	5	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	1
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	0	3
8	$\infty$	0						

- Konstruieren Sie den zugehörigen Graph!
- Lässt sich der vorliegende Graph topologisch sortieren? Begründen Sie Ihre Antwort (keine Rechnungen erforderlich)!

### Aufgabe 2 (11 Punkte)

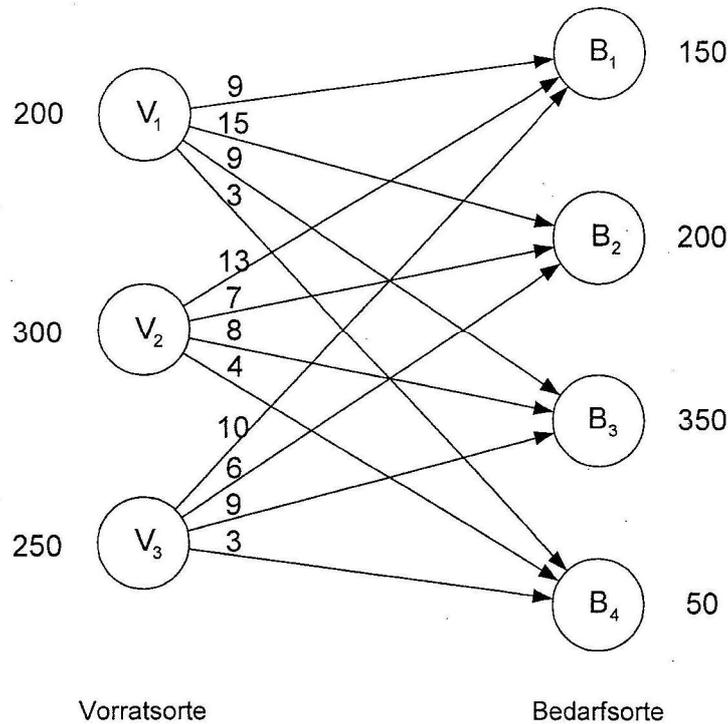
Durch die folgende Abbildung sei ein bewerteter, ungerichteter Graph definiert:



- Bestimmen Sie für diesen Graph mit Hilfe des PRIM-Algorithmus **alle** minimal spannenden 1-Bäume! Geben Sie auch den zugehörigen Zielwert an!
- Welche Eigenschaften besitzt ein 1-Baum allgemein?

### Aufgabe 3 (20 Punkte)

Durch den folgenden bipartiten Graph sei ein klassisches Transportproblem definiert:



Dabei geben die Pfeilbewertungen die jeweiligen Kosten für den Transport einer Mengeneinheit des Transportgutes vom Vorratsort V<sub>i</sub> (i = 1, 2, 3) zum Bedarfsort B<sub>j</sub> (j = 1, 2, 3, 4) an.

- Formulieren Sie (explizit) für diesen Graph das klassische Transportproblem als ein lineares Optimierungssystem! Definieren Sie auch die verwendeten Symbole!
- Durch die folgende Matrix sei eine Basislösung des Transportproblems definiert, wobei die Basisvariablen mit einem \* gekennzeichnet sind:

$$\begin{pmatrix} 150^* & 0 & 0^* & 50^* \\ 0 & 200^* & 100^* & 0 \\ 0 & 0 & 250^* & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie - ausgehend von dieser Basislösung - mittels der Stepping Stone-Methode **eine** optimale Lösung des Transportproblems!

- Ist die gefundene optimale Lösung eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort! Geben Sie gegebenenfalls **alle** optimalen Lösungen an!

#### Aufgabe 4 (15 Punkte)

Durch die Kostenmatrix

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 & 15 & 5 & 9 \\ 19 & 19 & 7 & 12 & 16 \\ 27 & 13 & 21 & 19 & 24 \\ 24 & 16 & 35 & 26 & 31 \\ 23 & 18 & 9 & 24 & 17 \end{pmatrix}$$

sei ein lineares Zuordnungsproblem definiert. Bestimmen Sie mit Hilfe der Ungarischen Methode **eine** optimale Lösung des Problems! Geben Sie in jedem Schritt an, wie sich die untere Schranke für den Zielwert ändert! Welchen Zielfunktionswert besitzt die optimale Lösung?