



FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

LEHRSTUHL FÜR
BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE, INSBES.
MANAGEMENT SCIENCE

Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung
Optimierungsprobleme in der Logistik I:
Wege, Bäume, Transporte, Zuordnungen (20379)

17. Juli 2012

Name:..... Matrikelnummer:.....

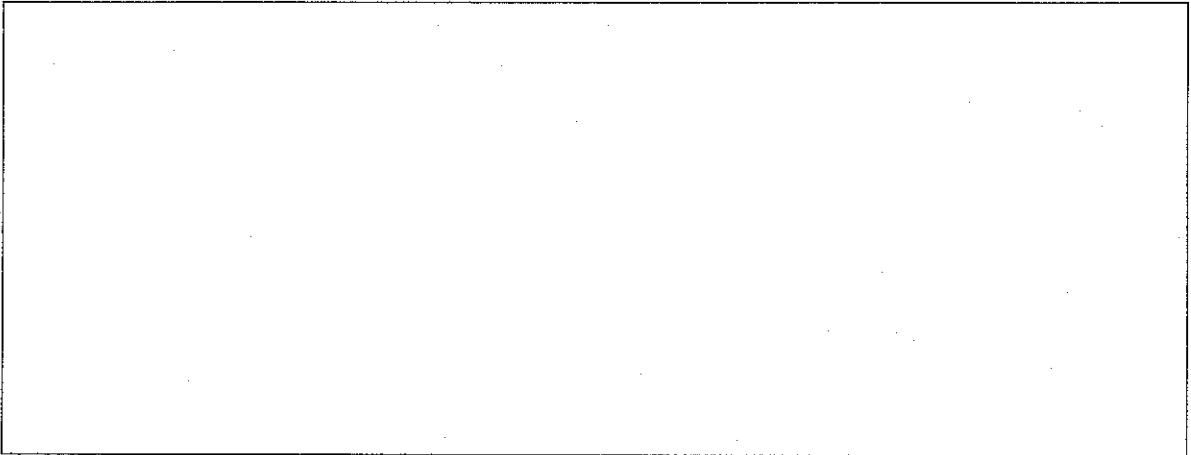
Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach dem Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit der Klausur! Die Klausur umfasst **5 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
3. Schreiben Sie leserlich! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Die Verwendung von Bleistiften oder roter Tinte ist nicht zugelassen.
4. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Tragen Sie Ihre Lösungen in die entsprechenden Felder ein! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
5. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

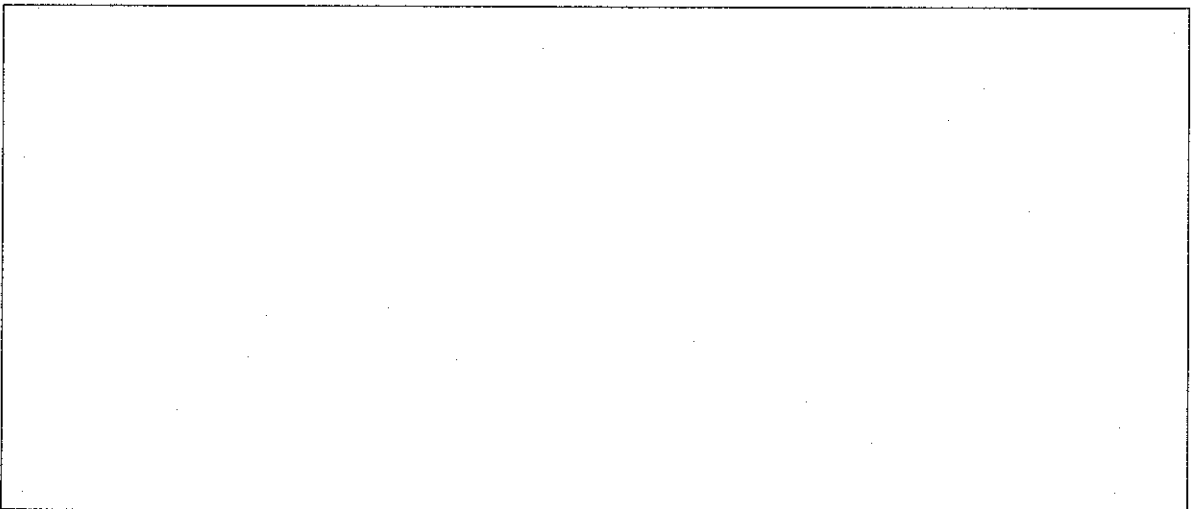
Aufgabe 1 (6 Punkte)

Bitte beantworten Sie die folgenden drei Fragen kurz! (Stichworte genügen.)

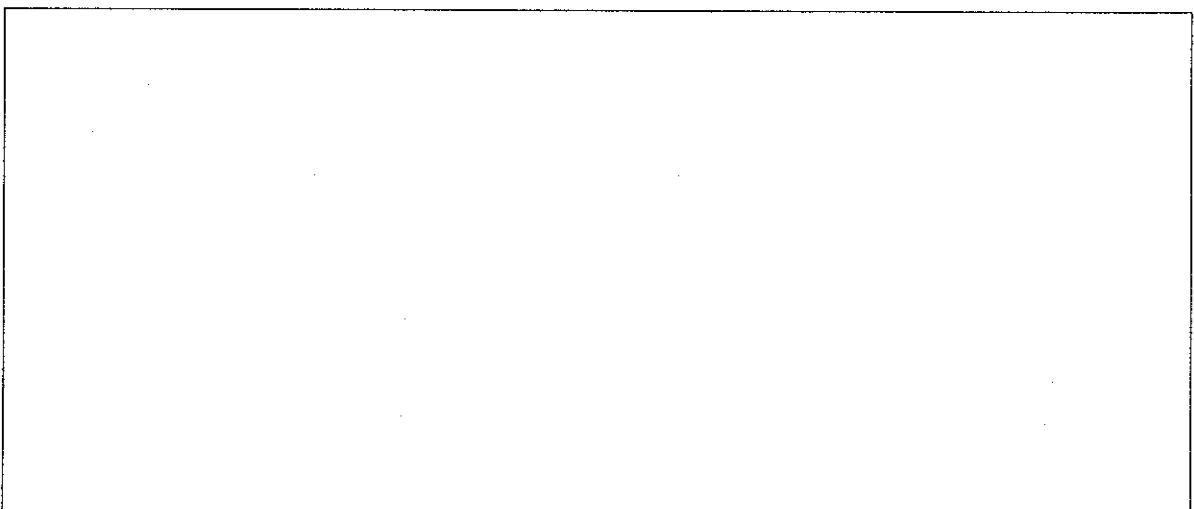
- a) Wie wird für einen gerichteten Graphen $G = (E, P)$ die Vorgängermatrix definiert?



- b) Wie definiert man die Größenordnung des Rechenaufwandes eines Algorithmus?

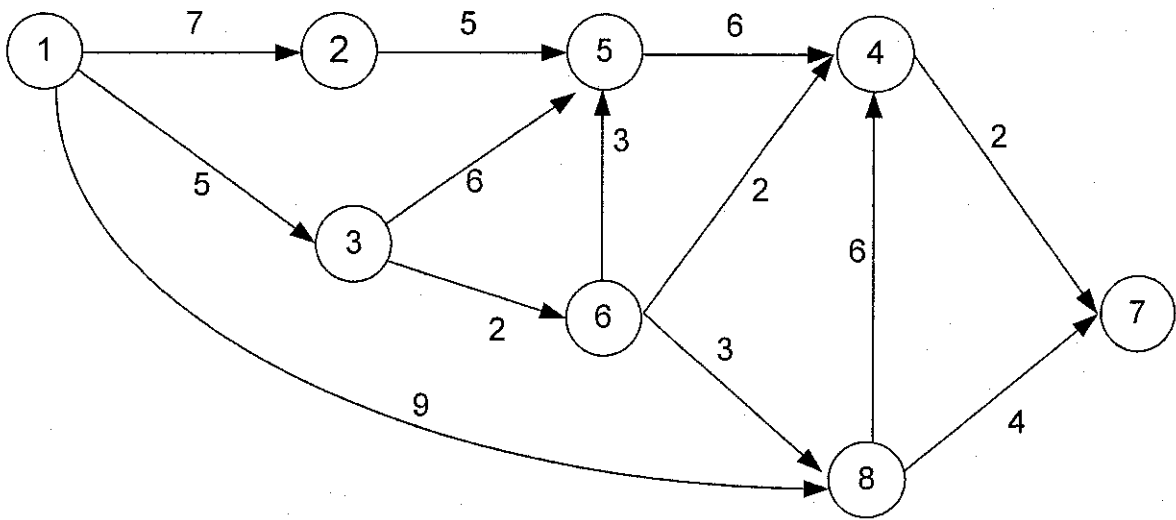


- c) Was versteht man bei einem klassischen Transportproblem unter einer primalen Entartung?



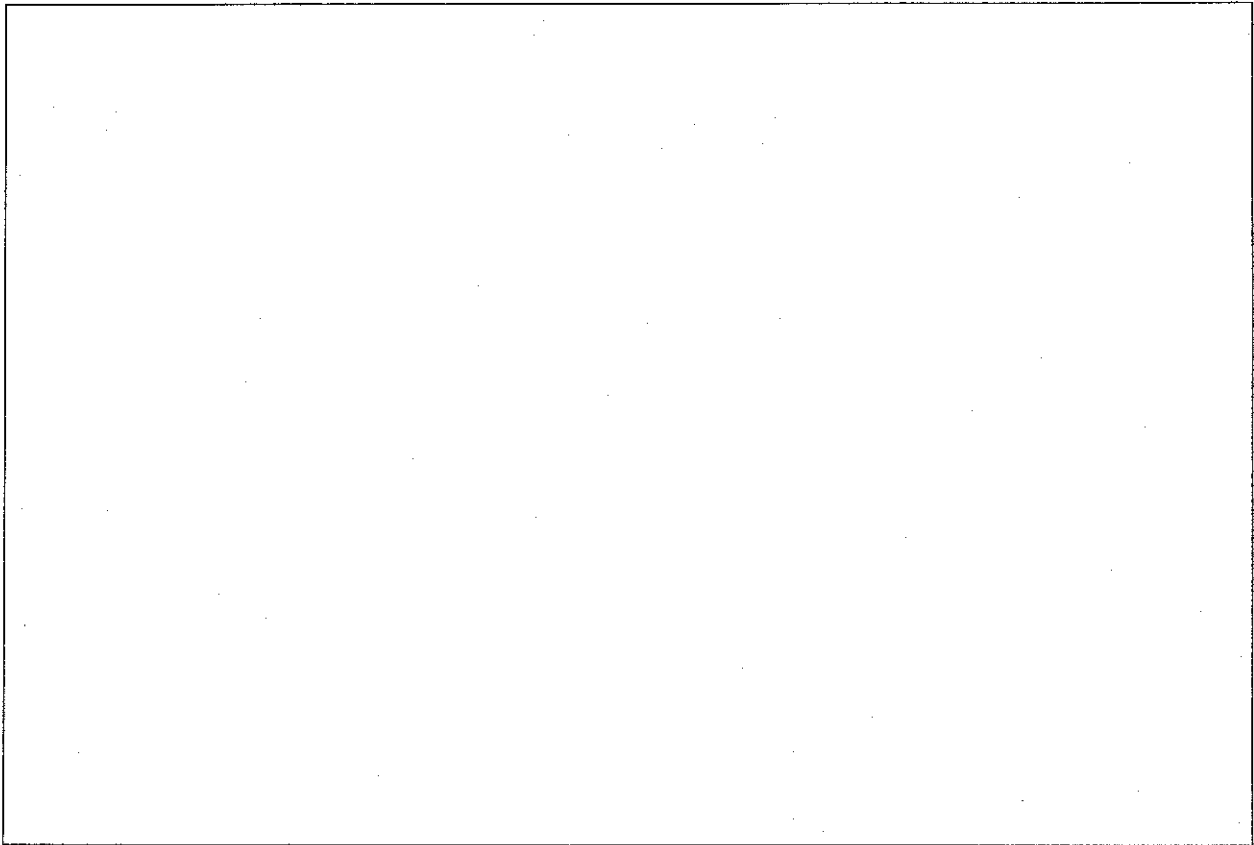
Aufgabe 2 (10 Punkte)

Durch die folgende Abbildung sei ein bewerteter, gerichteter Graph definiert:

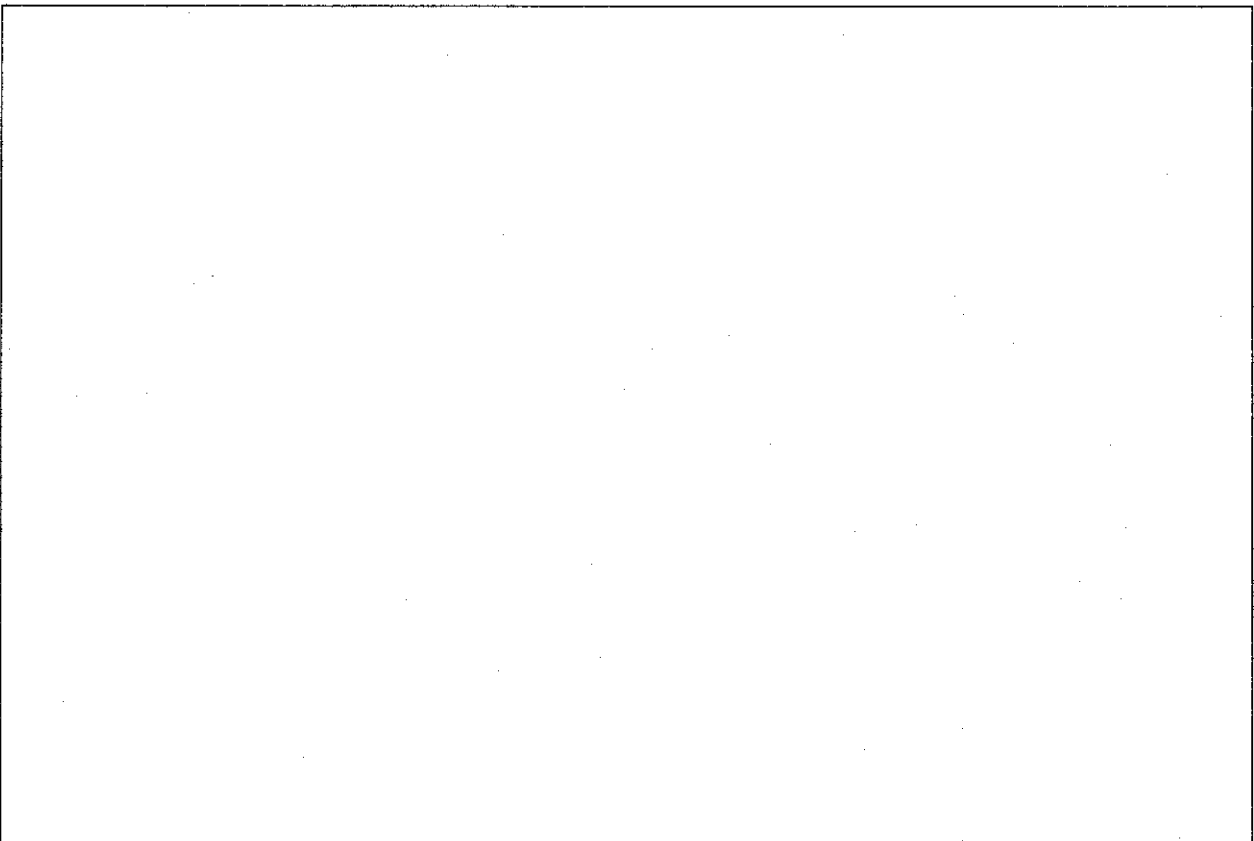


Gesucht sei ein kürzester Weg von Knoten 3 zum Knoten 7 sowie die zugehörige Weglänge.

- a) Lösen Sie das Problem unter Einsatz eines geeigneten Algorithmus aus der Vorlesung! Geben Sie den gesuchten kürzesten Weg sowie die Entfernung an!



- b) Welche anderen aus der Veranstaltung bekannten Algorithmen zur Bestimmung kürzester Wege können zur Lösung dieses Problems angewandt werden, welche nicht? Begründen Sie kurz Ihre Antwort!



Aufgabe 3 (12 Punkte)

Ein klassisches Transportproblem sei durch die folgende Tabelle definiert:

	B ₁	B ₂	B ₃	Vorrat
V ₁	3	4	5	20
V ₂	9	7	10	30
V ₃	8	7	3	40
V ₄	2	1	2	10
Bedarf	50	25	25	

Dabei geben die Zahlen im Inneren der Tabelle die jeweiligen Einheitstransportkosten für den Transport einer Mengeneinheit des Transportgutes vom Vorratsort V_i (i = 1, 2, 3) zum Bedarfsort B_j (j = 1, 2, 3, 4) an.

- a) Bestimmen Sie eine erste Ausgangslösung des Transportproblems mittels des Vogelschen Approximationsverfahrens!

	B ₁	B ₂	B ₃		
V ₁	3	4	5		
V ₂	9	7	10		
V ₃	8	7	3		
V ₄	2	1	2		

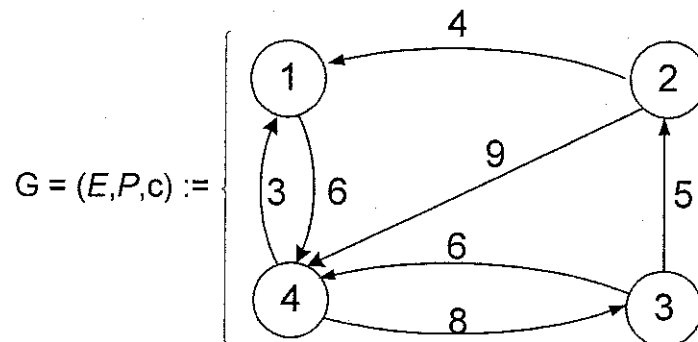
- b) Führen Sie ausgehend von der in a) bestimmten Lösung eine Iteration mittels der MODI-Methode durch! Geben Sie auch den Zielwert der neuen Lösung an! Ist die so gefundene Lösung optimal? Begründen Sie Ihre Antwort!

	B ₁	B ₂	B ₃	
V ₁	3	4	5	
V ₂	9	7	10	
V ₃	8	7	3	
V ₄	2	1	2	

	B ₁	B ₂	B ₃	
V ₁	3	4	5	
V ₂	9	7	10	
V ₃	8	7	3	
V ₄	2	1	2	

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Durch den bewerteten, gerichteten Graph

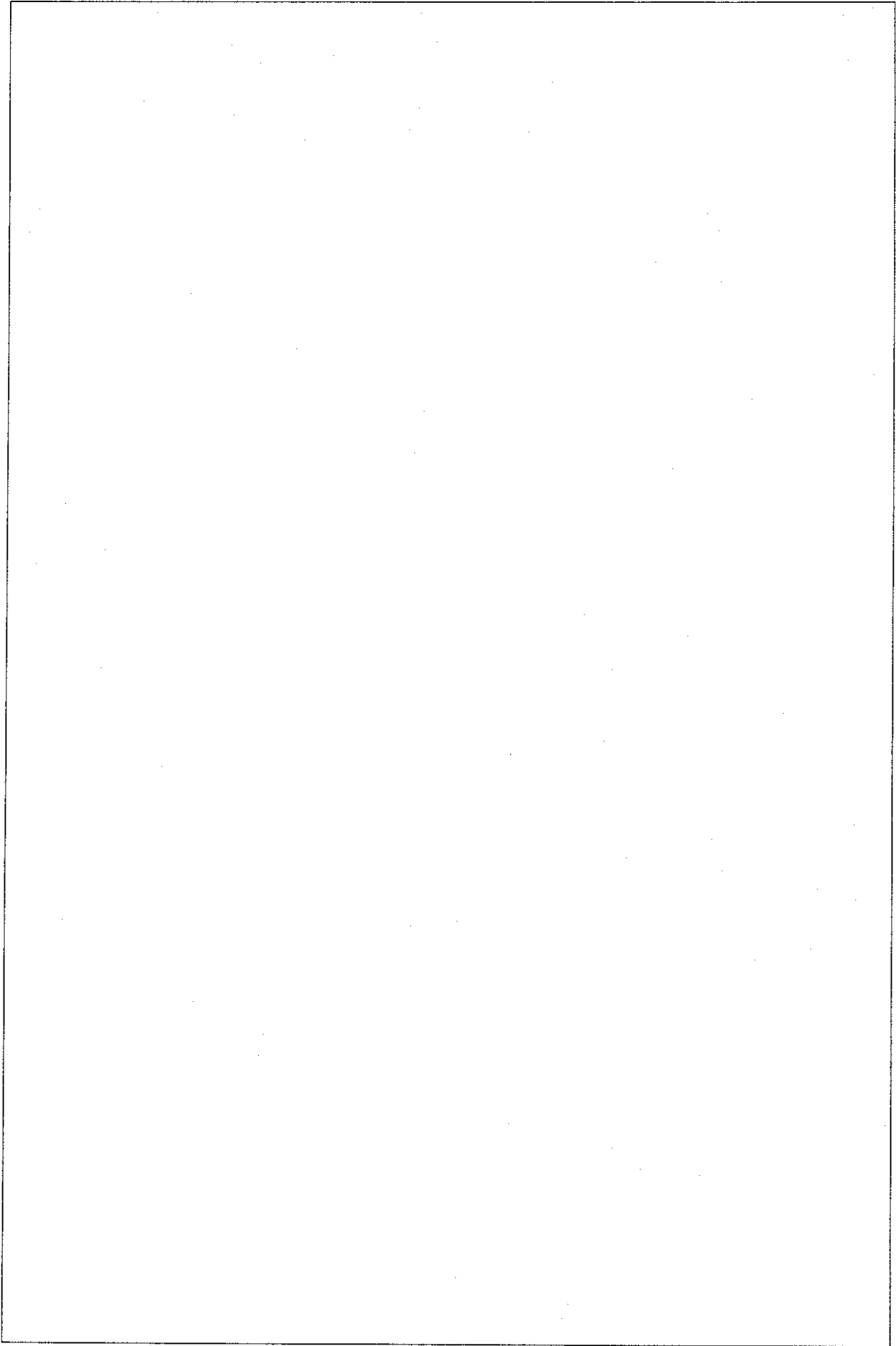


dessen Pfeilbewertungen die jeweiligen Einheitstransportkosten angeben, sowie durch die folgende Tabelle, in der die jeweiligen Vorräte bzw. Bedarfe an den einzelnen Orten zusammengefasst sind, sei ein Transit-Transportproblem definiert.

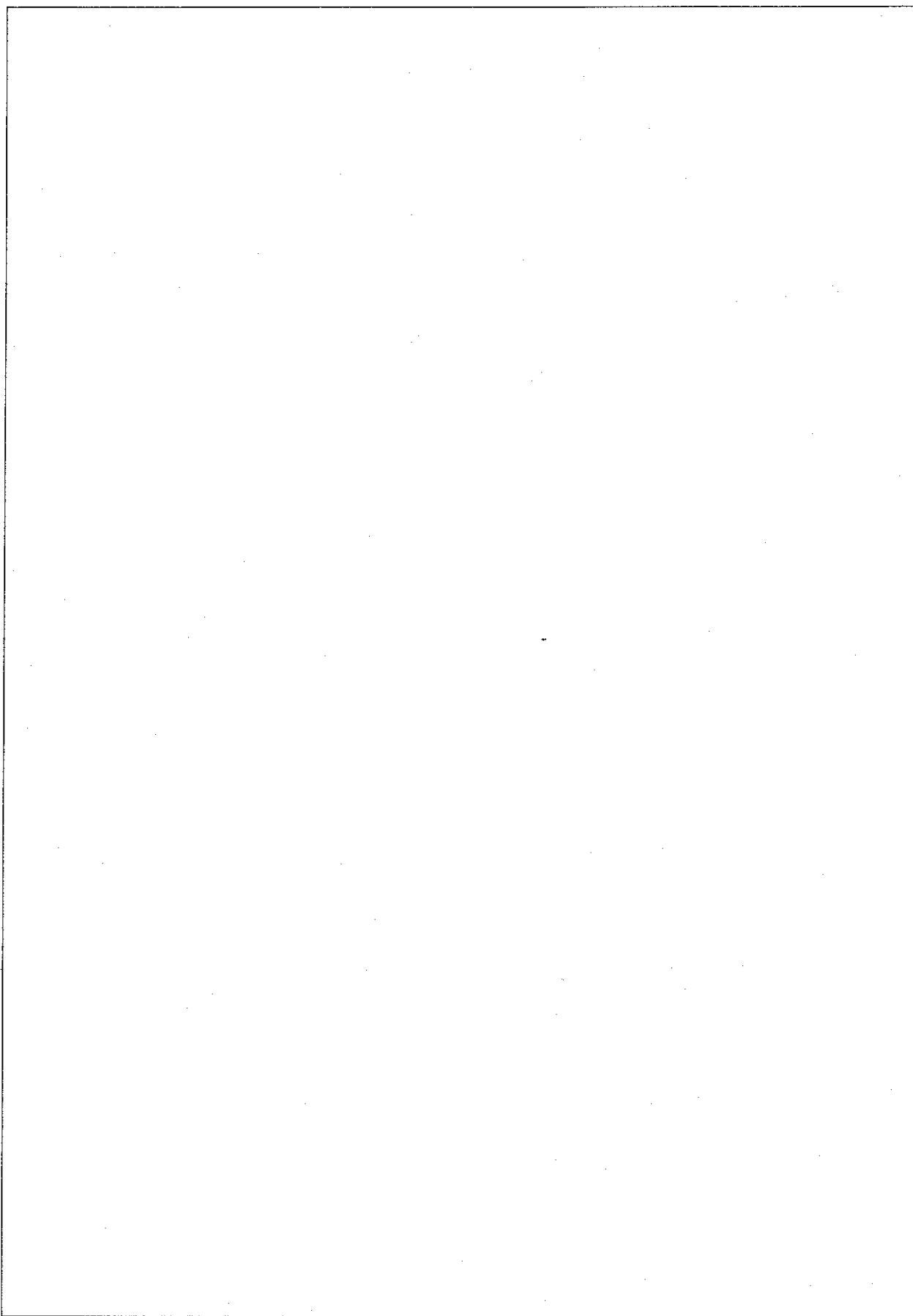
Ort i	Vorrat v_i	Bedarf b_i
1	0	30
2	50	0
3	20	0
4	0	40

Gesucht ist ein kostenminimales Transportprogramm, bei dem sämtliche Vorräte aufgebraucht und sämtliche Bedarfe befriedigt werden.

- a) Stellen Sie ein **explizites Optimierungsmodell** für das beschriebene **allgemeine Transportproblem** auf! Definieren Sie alle verwendeten Symbole!



- b) Aus der in a) ermittelten Modellformulierung lässt sich eine Modellformulierung für das klassische Transportproblem ableiten. Geben Sie die Zielfunktion dieses Modells an! Zeigen Sie, wie die inputorientierte Restriktionsgleichung für den Knoten 1 abgeleitet werden können! Definieren Sie auch alle neu eingeführten Symbole!



Aufgabe 5 (10 Punkte)

Durch die Kostenmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 9 & 12 & 0 & 5 & 5 \\ 11 & 0 & 7 & 16 & 7 \\ 5 & 0 & 19 & 10 & 11 \\ 13 & 9 & 0 & 15 & 4 \end{pmatrix}$$

sei ein lineares Zuordnungsproblem definiert. Bestimmen Sie mit Hilfe der Ungarischen Methode **eine** optimale Lösung des Problems! Geben Sie in jedem Schritt an, wie sich die untere Schranke für den Zielwert ändert! Welchen Zielfunktionswert besitzt die optimale Lösung?

	1	2	3	4	5
1	0	0	10	0	0
2	9	12	0	5	5
3	11	0	7	16	7
4	5	0	19	10	11
5	13	9	0	15	4

	1	2	3	4	5
1	0	0	10	0	0
2	9	12	0	5	5
3	11	0	7	16	7
4	5	0	19	10	11
5	13	9	0	15	4

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					