OTTO VON GUERICKE
UNIVERSITÄT
MAGDEBURG

WW FAKULTÄT FÜR
WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

LEHRSTUHL FÜR
BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE, INSBES.
MANAGEMENT SCIENCE

Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung

Optimierungsprobleme in der Logistik I: Wege, Bäume, Transporte, Zuordnungen (20379)

30. Juli 2013

Name:... Matrikelnummer:........... ....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach dem Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit der Klausur! Die Klausur umfasst **5 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
3. Schreiben Sie leserlich! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Die Verwendung von Bleistiften oder roter Tinte ist nicht zugelassen.
4. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Tragen Sie Ihre Lösungen in die entsprechenden Felder ein! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
5. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Bitte beantworten Sie die folgenden drei Aufgabenteile kurz! (Stichworte genügen.)

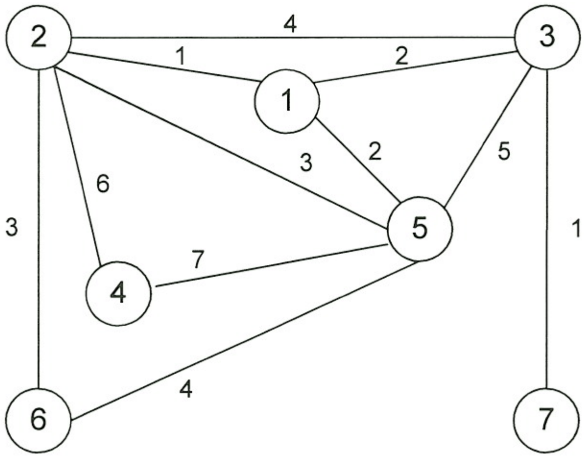
a) Welcher Zusammenhang besteht im Wagner-Whitin Modell bei einer optimalen Bestellpolitik zwischen den Bestellmengen und den Lagerbeständen?

b) Wann wird ein Algorithmus als effizient bezeichnet?

c) Geben Sie jeweils ein Problem aus den Komplexitätsklassen P und NP-schwer an!

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Durch die folgende Abbildung sei ein bewerteter, ungerichteter Graph definiert:



a) Bestimmen Sie für diesen Graph mit Hilfe des KRUSKAL-Algorithmus einen minimal spannenden 1-Baum, sofern ein solcher existiert! Stellen Sie die Lösung graphisch dar und geben Sie auch den zugehörigen Zielwert an!

b) Von welcher Größenordnung ist der Rechenaufwand des KRUSKAL-Algorithmus? Würden Sie den KRUSKAL-Algorithmus dem PRIM-Algorithmus bei großen Probleminstanzen vorziehen, falls sie an einer möglichst geringen Rechenzeit interessiert sind? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Durch die folgende Bewertungsmatrix sei ein bewerteter Digraph beschrieben:

C(G) =

E \ E	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	8	∞	∞	∞	2
2	∞	0	∞	4	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	2	∞
4	∞	∞	4	0	2	∞	∞
5	∞	∞	1	∞	0	4	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞
7	∞	∞	∞	1	∞	∞	0

Gesucht sei ein kürzester Weg vom Knoten 1 zum Knoten 6 sowie die zugehörige Weglänge.

a) Stellen Sie ein **explizites Optimierungsmodell** für das beschriebene Problem auf! Definieren Sie alle verwendeten Symbole!

Es sei noch einmal die folgende Bewertungsmatrix gegeben:

C(G) =

E \ E	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	8	∞	∞	∞	2
2	∞	0	∞	4	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	2	∞
4	∞	∞	4	0	2	∞	∞
5	∞	∞	1	∞	0	4	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞
7	∞	∞	∞	1	∞	∞	0

b) Lösen Sie das Problem unter Einsatz des DIJKSTRA-Algorithmus! Geben Sie den gesuchten kürzesten Weg vom Knoten 1 zum Knoten 6 sowie die zugehörige Entfernung an!

c) Könnte der BELLMAN-Algorithmus zur Lösung des Problems genutzt werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Ein klassisches Transportproblem sei durch die folgende Tabelle definiert:

	B_1	B_2	B_3	Vorrat
V_1	10	8	8	12
V_2	8	10	0	8
V_3	12	6	8	16
V_4	14	2	4	12
Bedarf	12	16	20	

Dabei geben die Zahlen im Inneren der Tabelle die Kosten für den Transport einer Mengeneinheit des Transportgutes vom Vorratsort V_i ($i = 1, 2, 3, 4$) zum Bedarfsort B_j ($j = 1, 2, 3$) an.

Durch die folgende Matrix sei eine Basislösung des Transportproblems definiert, wobei die Basisvariablen mit einem * gekennzeichnet sind:

$$\begin{pmatrix} 12^* & 0 & 0^* \\ 0 & 0 & 8^* \\ 0 & 4^* & 12^* \\ 0 & 12^* & 0 \end{pmatrix}$$

Wenden Sie die Stepping-Stone-Methode auf dieses Transportproblem an! Nutzen Sie dabei die gegebene Basislösung als Ausgangslösung! Bestimmen Sie **alle** optimalen Lösungen des Problems! Geben Sie auch den zugehörigen Zielwert an!

Hinweis: Die Anzahl der aufgeführten Rechentableaus gibt keine Information darüber, wie viele Rechenschritte durchgeführt werden müssen.

	B_1	B_2	B_3
V_1	10	8	8
V_2	8	10	0
V_3	12	6	8
V_4	14	2	4

	B_1	B_2	B_3
V_1	10	8	8
V_2	8	10	0
V_3	12	6	8
V_4	14	2	4

	B_1	B_2	B_3
V_1	10	8	8
V_2	8	10	0
V_3	12	6	8
V_4	14	2	4

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Durch die Kostenmatrix

$$\begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 & 4 & 12 \\ 16 & 6 & 10 & 10 & 8 \\ 4 & 10 & 6 & 12 & 16 \\ 8 & 4 & 16 & 6 & 12 \\ 6 & 12 & 18 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$

sei ein lineares Zuordnungsproblem definiert.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ungarischen Methode **alle** optimalen Lösungen des Problems! Geben Sie in jedem Schritt an, wie sich die untere Schranke für den Zielwert ändert!

Hinweis: Die Anzahl der aufgeführten Rechentableaus gibt keine Information darüber, wie viele Rechenschritte durchgeführt werden müssen.

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

b) Kann bei der Anwendung der Ungarischen Methode der Fall auftreten, dass sich die untere Schranke für den Zielwert innerhalb von zwei Iterationen nicht ändert? Begründen Sie Ihre Antwort!