OTTO VON GUERICKE UNIVERSITÄT MAGDEBURG
WW FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT

LEHRSTUHL FÜR
BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE, INSBES.
MANAGEMENT SCIENCE

Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Klausur zur Lehrveranstaltung

Optimierungsprobleme in der Logistik II: Das Traveling Salesman-Problem (20324)

13. Februar 2013

Name:.. Matrikelnummer:........... ....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach dem Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit der Klausur! Die Klausur umfasst **5 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
3. Schreiben Sie leserlich! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Die Verwendung von Bleistiften oder roter Tinte ist nicht zugelassen.
4. Tragen Sie Ihre Lösungen in die entsprechenden Felder ein! Sollte der Platz hierfür nicht ausreichen, verwenden Sie bitte die Rückseite des vorhergehenden Blattes.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Bitte bearbeiten Sie die folgenden drei Aufgaben! Die Angabe von Lösungswegen ist dabei nicht erforderlich.

a) Geben Sie den Rechenaufwand für das (einseitige) Nearest-Neighbor-Verfahren und für das Savings-Verfahren an!

b) Gegeben sei ein 2-Matching-Problem mit 27 Knoten. Geben Sie – explizit – die Anzahl der Entscheidungsvariablen (ohne Zielfunktionswert) und die Anzahl der Nebenbedingungen (ohne Binärbedingungen) an, die Sie benötigen würden, um das Problem als Optimierungsproblem darzustellen!

c) Beschreiben Sie stichpunktartig und ohne Verwendung von Symbolen, auf welche Weise das Optimierungsmodell für ein Traveling Salesman-Problem auf einem gerichteten Graph relaxiert werden muss, um das Optimierungsmodell für den Vorgänger-Bound zu erhalten!

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Traveling Salesman-Problem auf einem ungerichteten Graph sei durch folgende (modifizierte) Kostenmatrix (M: hinreichend große Zahl) beschrieben:

$\tilde{C}$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		
1	M	11	8	11	2	12		
2		M	5	6	9	10		
3			M	11	10	7		
4				M	13	4		
5					M	10		
6						M		

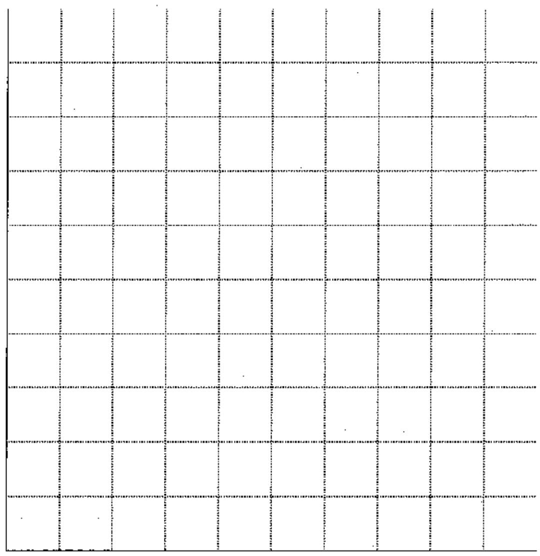
Lösen Sie das Problem mittels des Greedy-Verfahrens! Geben Sie auch den Zielwert der ermittelten Lösung an!

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Für ein euklidisches Traveling Salesman-Problem sei die Lage der Knoten zueinander durch folgende Koordinaten in einem kartesischen Koordinatensystem beschrieben:

Knoten-Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
x-Koordinate	1	5	6	7	7	9
y-Koordinate	1	3	4	5	8	3

a) Bestimmen Sie einen Kurzzyklus für die Knoten, die die konvexe Hülle aufspannen! Verwenden Sie dazu die folgende Vorlage eines kartesischen Koordinatensystems:



Aus den gegebenen Koordinaten lassen sich die folgenden, auf eine Nachkommastelle gerundeten Entfernungen ermitteln:

C	1	2	3	4	5	6			
1	0	4,5	5,8	7,2	9,2	8,2			
2	4,5	0	1,4	2,8	5,4	4,0			
3	5,8	1,4	0	1,4	4,1	3,2			
4	7,2	2,8	1,4	0	3,0	2,8			
5	9,2	5,4	4,1	3,0	0	5,4			
6	8,2	4,0	3,2	2,8	5,4	0			

b) Lösen Sie das Problem mittels des Nearest Insertion-Verfahrens! Beginnen Sie dabei mit dem in a) ermittelten Kurzzyklus! Geben Sie auch den Zielwert der ermittelten Lösung an!

Aufgabe 4 (17 Punkte)

Ein Traveling Salesman-Problem auf einem gerichteten Graph sei durch folgende (modifizierte) Kostenmatrix beschrieben:

$\tilde{C}$	**1**	**2**	**3**	**4**
1	M	5	3	8
2	6	M	10	3
3	2	10	M	5
4	8	2	6	M

a) Modellieren Sie dieses Problem explizit als gemischt-binäres Optimierungsproblem! Verwenden Sie dabei zur Formulierung der Restriktionen zum Ausschluss von Kurzzyklen die Miller-Tucker-Zemlin-Bedingungen! Vergessen Sie nicht, die von Ihnen verwendeten Symbole zu definieren!

b) Bestimmen Sie alle optimalen Lösungen des Problems mittels eines Branch & Bound-Verfahrens mit Tiefensuche und Backtracking. Verwenden Sie zur Bound-Bestimmung den Nachfolger-Bound und verzweigen Sie in jedem Schritt nach einer verfügbaren Kante mit den geringsten Kosten!

Aufgabe 5 (11 Punkte)

Ein Traveling Salesman-Problem auf einem ungerichteten Graph sei durch folgende (modifizierte) Kostenmatrix (M: hinreichend große Zahl) beschrieben:

$\tilde{C}$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	M	20	45	15	15
2	20	M	10	50	40
3	45	10	M	5	30
4	15	50	5	M	5
5	15	40	30	5	M

a) Bestimmen Sie ausgehend von der Lösung 3 – 2 – 1 – 4 – 5 – 3 die beste Lösung in der Zwei-Kanten-Nachbarschaft!

b) Bestimmen Sie den 2-Nachbar-Bound für das Problem!

c) Lässt sich mit Hilfe des in b) ermittelten Bounds eine Aussage über die Optimalität der in a) ermittelten Lösung treffen? Begründen Sie Ihre Antwort!