

Klausur zur Lehrveranstaltung
Optimierungsprobleme in der Logistik I:
Wege, Bäume, Transporte, Zuordnungen (20379)

12. Juli 2011

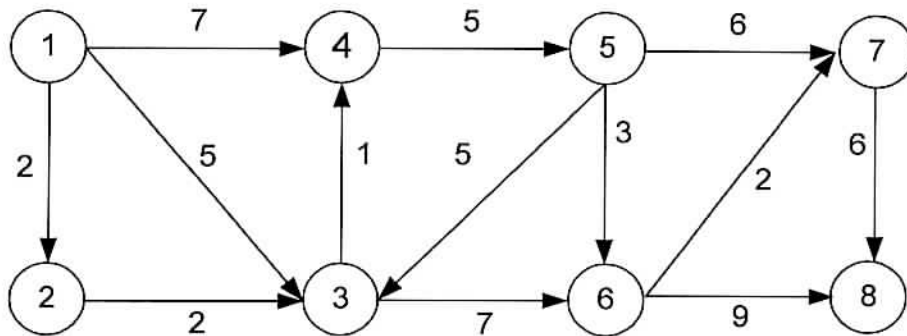
Name:..... Matrikelnummer:.....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach dem Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst **drei Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten! Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite! Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte! Die Verwendung von Bleistiften oder roter Tinte ist nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an! Für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Durch die folgende Abbildung sei ein bewerteter, gerichteter Graph definiert:



Gesucht sei ein kürzester Weg von Knoten 1 zum Knoten 8 sowie die zugehörige Weglänge.

- Formulieren Sie ein binär-lineares Optimierungssystem, mit dem sich ein solcher Weg bestimmen lässt! Definieren Sie auch die verwendeten Symbole!
- Lösen Sie das Problem unter Einsatz des Dijkstra-Algorithmus! Geben Sie den gesuchten kürzesten Weg sowie die Entfernung an!
- Welche Informationen aus b) können Sie verwenden, um die Matrix der Entfernungen von jedem Knoten zu jedem anderen Knoten im Graphen aufzustellen? Füllen Sie die entsprechenden Einträge der Entfernungsmatrix aus!

Aufgabe 2 (14 Punkte)

Ein klassisches Transportproblem sei durch die folgende Tabelle definiert:

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Vorrat
V ₁	2	6	10	6	10
V ₂	3	8	9	3	20
V ₃	10	4	9	4	35
Bedarf	20	20	15	10	

Dabei geben die Zahlen im Inneren der Tabelle die jeweiligen Einheitstransportkosten für den Transport einer Mengeneinheit des Transportgutes vom Vorratsort V_i (i = 1, 2, 3) zum Bedarfsort B_j (j = 1, 2, 3, 4) an.

a) Stellen die Matrizen

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 10 & 0 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 5 \end{pmatrix} \text{ bzw. } \mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 10 \\ 10 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

Basislösungen für das definierte Transportproblem dar? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Die folgende Matrix definiere eine Basislösung des oben genannten Transportproblems, wobei alle Variablen mit dem Wert 0 Nichtbasisvariablen sind:

$$\mathbf{X}_3 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 20 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine optimale Lösung des Transportproblems mittels der MODI-Methode! Geben Sie auch den optimalen Zielwert an! Machen Sie weiterhin die Baumstruktur der ermittelten optimalen Basislösung anhand einer graphischen Darstellung deutlich!

c) Ist die in b) gefundene Lösung die einzige optimale Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Im Rahmen eines Zuordnungsproblems sollen Sie fünf Arbeitskräfte fünf Maschinen zuordnen. Die entsprechende Matrix stellt die entsprechenden Kosten für die Zuordnung von Arbeitskraft A_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) zur Maschine M_j ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) dar.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
A_1	5	2	7	1	6
A_2	6	8	2	2	8
A_3	2	10	4	5	2
A_4	3	2	9	6	3
A_5	4	5	2	7	9

- Lösen Sie dieses Zuordnungsproblems mittels eines Branch-and-Bound-Verfahrens! Verwenden Sie zur Boundbestimmung das Verfahren der Zeilen- und Spaltenreduktion!
- Begründen Sie kurz, warum dieses Problem auch mittels eines Simplex-Verfahrens optimal gelöst werden kann!
- Es stehe Ihnen nun noch eine weitere Arbeitskraft A_6 mit den Kosten $c_{61} = 3$, $c_{62} = 3$, $c_{63} = 1$, $c_{64} = 1$, $c_{65} = 3$ zur Verfügung. Wie können Sie das ursprüngliche Zuordnungsproblem um diese zusätzliche Arbeitskraft erweitern, um die kennengelernten Lösungsansätze für das lineare Zuordnungsproblem anzuwenden?