Klausur: Sozialpolitik I: Grundlagen, Gleichheit, Rente (2913) **Wintersemester 09/10**

Prüfer: Prof. Dr. Marco Runkel

Als Hilfsmittel sind zugelassen: nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Aufgabenstellung umfasst 5 Aufgaben, die alle zu bearbeiten sind.
Insgesamt werden 100 Punkte vergeben.
Für die Bearbeitung haben Sie 120 Minuten Zeit.

Verwenden Sie für die Beantwortung der Aufgaben ausschließlich das Papier im Mantelbogen.
Viel Erfolg!

Aufgabenstellungen:

Aufgabe 1: (20 Punkte)

Das Einkommensprofil des Landes „Ärmlich" sei $\mathbf{Y_A} = (3, 6, 9)$, jenes des Landes „Reich" betrage $\mathbf{Y_R} = (12, 36, 72)$

(a) Ermitteln Sie die Lorenz-Kurven, die Gini- und die Variationskoeffizienten für $\mathbf{Y_A}$ und $\mathbf{Y_R}$. Vergleichen Sie die Koeffizienten der Länder. Können Gini- und Variationskoeffizienten als Wohlfahrtsmaße genutzt werden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

(b) In beiden Ländern wird eine proportionale Steuer mit dem Steuersatz $t = 1/3$ eingeführt. Ermitteln Sie das jeweilige Steueraufkommen. Dieses wird nun in pauschaler Form verteilt. Ermitteln Sie die sich ergebenden Einkommensprofile $\mathbf{Y_A^t}$ und $\mathbf{Y_R^t}$. Zeigen Sie graphisch, dass dieses Steuer-Transfer-Schema zu mehr Lorenzgleichheit führt.

(c) Ermitteln Sie den Gini- und den Variationskoeffizienten für die sich ergebenden Einkommensprofile $\mathbf{Y_A^t}$ und $\mathbf{Y_R^t}$. Interpretieren Sie die Veränderung im Vergleich zu Aufgabenteil a).

(d) Gehen Sie von den ursprünglichen Profilen $\mathbf{Y_A}$ und $\mathbf{Y_R}$ aus. Eine politische Maßnahme der übergeordneten Institution „Länderunion" senke das Einkommen des Reichsten in „Reich" um 2 Einheiten ($72 \Rightarrow 70$) und steigere das Einkommen des Reichsten in „Ärmlich" um 2 Einheiten ($9 \Rightarrow 11$). Diskutieren Sie kurz(!) ob diese Maßnahme dem Ziel einer höheren Gleichheit dient.

Aufgabe 2: (23 Punkte)
In einer Ökonomie mit einer großen Zahl von Individuen habe ein einzelnes Individuum die Nutzenfunktion $u(F, c) = F \cdot c$, wobei F für die Freizeit und c für den Konsum eines am Markt erworbenen Konsumgutes steht. Die Individuen verfügen über eine einheitliche Zeitausstattung $\overline{F} = 20$. Ein Individuum vom Typ 1 habe den Lohnsatz $\omega_1 = 1$, ein Individuum vom Typ 2 den Lohnsatz $\omega_2 = 2$. Der Preis des Konsumgutes ist auf 1 normiert.

(a) Wie hoch muss der Transferbetrag T^* gewählt werden, wenn es gleich viele Individuen vom Typ 1 und Typ 2 gibt, der Staat eine vollkommene Gleichverteilung der Nutzen aller Individuen anstrebt und vollkommene Information im Hinblick auf die Produktivität der Individuen herrscht?

(b) Wie hoch ist der maximale durchsetzbare Transfer $\widehat{T}$, wenn der Staat nur die erzielten Einkommen, nicht aber die Produktivität der einzelnen Individuen beobachten kann? Erklären Sie den Unterschied zwischen T^* und $\widehat{T}$ intuitiv.

Aufgabe 3: (23 Punkte)
Eine Ökonomie bestehe aus drei reichen ($i = 1, 2, 3$) und einem armen Individuum. Die Nutzenfunktion des reichen Individuums i sei:

$$u_i(c_{ri}, c_a) = \sqrt{c_{ri}} + \delta \cdot \sqrt{c_a} \text{ mit } \delta < 1,$$

wobei c_ri den Konsum der reichen Individuen und c_a den Konsum des armen Individuums darstellt. Die Budgetrestriktionen lauten

$$c_{ri} = y_r - T_i \text{ und } c_a = y_a + T_1 + T_2 + T_3,$$

wobei y_ri die exogenen Einkommen der reichen Individuen darstellt und y_a das exogene Einkommen des armen Individuums. Die T stellen die freiwilligen Transfers (Spenden) der reichen Individuen an das arme Individuum dar.

(a) Bestimmen Sie zunächst den optimalen Transfer $T^*(y_r, y_a, \delta)$, wenn die reichen Individuen kooperativ über die Höhe des Transfers entscheiden und jeder den gleichen Transfer $T_i = T^*$ zahlt.

(b) Bestimmen Sie die individuell rationalen Transfers T_i^N jeweils als Funktionen von y_r, y_a, δ und den Transfers der anderen beiden Individuen, d. h. $T_i^N(y_r, y_a, \delta, T_j^N, T_k^N)$ mit $i \neq j$, $i \neq k$ und $j \neq k$.

(c) Nehmen Sie nun an, dass $\delta = 1/3$; $y_r = 99$ und $y_a = 9$. Bestimmen Sie das kooperative T^* und das Nash-Gleichgewicht (T_1^N, T_2^N, T_3^N) für die unkoordinierte Entscheidung.
Hinweiß: Verwenden Sie auch für das Nash-Gleichgewicht die Symmetrieannahme $T_1^N = T_2^N = T_3^N$*!*

(d) Erläutern Sie kurz warum indviduell rationales Verhalten nicht zur kollektiv rationalen Lösung führt.

Aufgabe 4: (14 Punkte)
Erläutern Sie kurz mit Hilfe einer Graphik die folgenden zwei Begriffe:

(a) Domar-Musgrave-Effekt

(b) Sinn'sches Redistributionsparadoxon

Aufgabe 5: (20 Punkte)

Wir betrachten eine Gesellschaft mit konstanter Bevölkerung ($n = 0$) und konstantem Lohnsatz w. Die wahlberechtigte Bevölkerung sei in 60 Jahrgangsgruppen (Index a mit $a \geq 21$) unterteilt, von denen die ersten 45 ($21 \leq a \leq 65$) arbeiten, die restlichen 15 ($66 \leq a \leq 80$) Rentner sind. Sparen sei nicht möglich, d. h. die einzige Form der Alterssicherung ist ein umlagefinanziertes Rentensystem, über dessen Beitragssatz b demokratisch abgestimmt wird. Der Diskontsatz ist Null. Ein Arbeiter im Alter a habe daher die Nutzenfunktion:

$$U_a = \sum_{t=a}^{80} \sqrt{c_t} \text{ mit } c_t = \begin{cases} w \cdot (1-b) & \text{für } t \leq 65 \\ 2 \cdot b \cdot w & \text{für } t > 65 \end{cases},$$

wobei c_t den Konsum in der Periode t, w den konstanen Lohnsatz und b den Beitragssatz des Rentensystems angibt.

(a) Zeigen Sie, dass der gewünschte Beitragssatz $b^*(a)$ unter der Annahme, er werde dauerhaft gültig bleiben, mit dem Alter des Arbeiters monoton zunimmt. Bestimmen Sie hierzu das Vorzeichen von $\frac{\mathrm{d}\, b^*(a)}{\mathrm{d}\, a}$. Erläutern Sie dieses Ergebnis kurz intuitiv.

(b) Ermitteln Sie den optimalen Beitragssatz für einen Wähler, der gerade ins Erwerbsleben eintritt ($a = 20$), und interpretieren Sie Ihr Ergebnis ökonomisch.

(c) Bestimmen Sie denjenigen Beitragssatz b^M, der sich nach dem Medianwählermodell ergibt.

(d) Erklären Sie verbal und ohne formalen Beweis wie sich b^M verändert, wenn statt $n = 0$ eine schrumpfende Bevölkerung ($-1 < n < 0$) angenommen wird.