

Als Hilfsmittel sind zugelassen: einfacher Taschenrechner

Hinweis: Die Klausur besteht aus drei Aufgaben, von denen nur zwei zu bearbeiten sind! Bei Bearbeitung von drei Aufgaben machen Sie bitte kenntlich, welche beiden bewertet werden sollen, andernfalls erfolgt eine Bewertung der ersten beiden (bearbeiteten) Aufgaben. Die Bearbeitungszeit beträgt für jede Aufgabe 30 Minuten.

Viel Erfolg!

### Aufgabe 1: Systematische und terminologische Grundlagen

- a) Erläutern Sie den Begriff der Fuzzy-Entscheidung!
- b) Erläutern Sie die zentralen Inhalte der Fuzzy-Maß- und der Fuzzy-Mengen-Theorie! Nennen Sie darüber hinaus einen Ansatz der Fuzzy-Maß-Theorie!
- c) In der Fuzzy-Set-Theorie werden drei Kategorien von Operatoren unterschieden, die t-Normen, die s-Normen und die kompensatorischen Operatoren. Erläutern Sie, welche Arten von Operatoren den jeweiligen Kategorien zugeordnet werden, und nennen Sie einen Operator jeder Kategorie! Welche Vorteile bietet ein parametrisierter Operator?
- d) Folgende L-R-Fuzzy-Zahlen sind gegeben:  
 $\tilde{A} = (20;4;3)_{LR}$     und     $\tilde{B} = (12;8;4)_{LR}$ 
  - Führen Sie die folgenden algebraischen Operationen durch:  $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$  und  $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$ !
  - Wie verändert sich durch die algebraischen Operationen der Unschärfebereich?
  - Aus welchem Grund werden LR-Fuzzy-Zahlen und LR-Fuzzy-Intervalle verwendet?

### Aufgabe 2: Fuzzy-Entscheidungsmodelle

Gegeben sei die folgende Ergebnismatrix:

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	400	250	-200
A <sub>2</sub>	300	260	-100

Die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der Zustände S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> und S<sub>3</sub> soll durch folgende Fuzzy-Intervalle beschrieben werden:

$$\tilde{P}(S_1) = (0,26;0,28;0,3;0,31;0,33;0,34)^{\varepsilon,\lambda}$$

$$\tilde{P}(S_2) = (0,32;0,36;0,39;0,41;0,45;0,48)^{\varepsilon,\lambda}$$

$$\tilde{P}(S_3) = (0,23;0,3;0,31;0,32;0,33;0,34)^{\varepsilon,\lambda}$$

- a) Berechnen Sie für die Umweltzustände S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> und S<sub>3</sub> die normierten Wahrscheinlichkeiten nach dem Rommelfanger-Algorithmus!
- b) Berechnen Sie für die Alternativen A<sub>1</sub> und A<sub>2</sub> die exakten Fuzzy-Gewinnerwartungswerte  $\tilde{E}_i^p$ !

### Aufgabe 3: Fuzzy-LP

Ein in drei Abteilungen unterteiltes mittelständisches Unternehmen ist Produzent von Trekkingfahrrädern und Mountainbikes. Der Deckungsbeitrag pro Trekkingfahrrad beträgt 600 GE und pro Mountainbike 700 GE, und gesucht wird das optimale Produktionsprogramm.

In Abteilung 1 werden Reifen für diese beiden Fahrradtypen hergestellt. Die Kosten zur Herstellung liegen bei Reifen für Trekkingfahrräder in folgendem Fuzzy-Intervall  $(4;6;1;0.5)_{LR}$  und bei Mountainbikes in folgendem Fuzzy-Intervall  $(8;10;2;3)_{LR}$ . Abteilung 1 steht insgesamt ein Budget von 20.000 GE zur Verfügung; dieses könnte notfalls bis auf maximal 22.000 GE ausgeweitet werden. Dies sollte möglichst vermieden werden, da dafür Reservemittel der jeweiligen Abteilung zur Verfügung gestellt werden müssten. Die Zufriedenheit der Unternehmensleitung sinkt folglich mit zunehmender Überschreitung des Budgets in Höhe von 20.000 GE.

Abteilung 1 kann bei normalem (bzw. verschleißträchtigerem) Betrieb 6000 (bzw. 8000) Trekking- oder 3000 (bzw. 4000) Mountainbikereifen oder eine entsprechende Kombination dieser produzieren. Je verschleißträchtiger produziert wird, um so geringer ist die Zufriedenheit des Unternehmens.

In Abteilung 2 werden Rahmen für Trekkingräder und Mountainbikes hergestellt. Die Kosten zur Herstellung eines „Trekking-Rahmens“ werden wie folgt eingeschätzt  $(150;165;25;20)_{LR}$  und zur Herstellung eines „Mountainbike-Rahmens“ werden die Kosten wie folgt eingeschätzt  $(160;175;15;15)_{LR}$ . Insgesamt steht hierfür ein Budget von 60.000 GE zur Verfügung, welches in Ausnahmefällen um 10.000 GE überschritten werden kann. Für die Zufriedenheit der Überschreitungen der Budgets gelten analog die Ausführungen wie für Abteilung 1. Gehen Sie bei Ihren Ausführungen stets von linearen Zugehörigkeitsfunktionen aus.

- a) Formulieren Sie den relational und terminologisch unscharfen LP-Ansatz, das Mehrzieler-satzprogramm, die Hilfsprogramme H1 und H2 sowie das Kompromissprogramm für das oben geschilderte Problem! Formulieren Sie bei der Erstellung des Kompromissprogramms die entsprechenden Restriktionen für:

$$\Delta_0 \cdot \pi - \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \leq -(z_0 - \Delta_0)$$

$$\Delta_i \cdot \pi + \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij} \cdot x_j \leq b_i + \Delta_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

Berücksichtigen Sie darüber hinaus folgende Schranken bei der Formulierung von  $\mu_{\bar{z}}(z)$ , und zwar  $\underline{z} = 240000$  und  $\bar{z} = 257894$ !

- b) Aus welchem Grund wird nach Aufstellung des Mehrzieler-satzprogramms eine Nutzenbe-wertung der möglichen Ausprägungen der Zielfunktion vorgenommen?