

Prüfer: Prof. Dr. Thomas Spengler**Name:****Vorname:****Matr.-Nr.:****Fakultät:**

Aufgabe	1	2	3	Gesamtpunkte	Note
Punkte					

Unterschrift der Prüfer:

.....

Als Hilfsmittel sind zugelassen: - elektronische Hilfsmittel laut Aushang des Prüfungsausschusses

- Hinweise:**
1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
 2. Die Klausur besteht aus drei Aufgaben, von denen nur zwei zu bearbeiten sind.
 3. Sollten Sie mehr als zwei Aufgaben bearbeiten, so machen Sie bitte kenntlich, welche beiden Aufgaben bewertet werden sollen. Ansonsten werden die ersten beiden Aufgaben bewertet.
 4. Für Multiple Choice Aufgaben gilt folgendes: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie die dem Aufgabenteil entsprechende volle Punktzahl, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keine Punkte und für eine falsche Antwort wird Ihnen die Hälfte der dem Aufgabenteil entsprechenden Punkte abgezogen.
 5. Die pro Aufgabe erreichbaren Punkte sind hinter der jeweiligen Aufgabenstellung notiert.
 6. Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
 7. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern für die Multiple Choice Aufgaben! Markieren bzw. notieren Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen! Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich! Die Lösungen für die Teilaufgaben 1b, 2 und 3 sind im (separaten) Lösungsheft zu dieser Klausur zu notieren.
 8. Das Klausurheft zu dieser Klausur besteht aus diesem Deckblatt (1 Seite) plus drei Aufgaben (4 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

(30 Punkte)

- a) Welche der folgenden Aussagen sind „wahr“ oder „falsch“? (Bitte entsprechendes Feld ankreuzen!)

(15 Punkte)

	wahr	falsch
Eine unscharfe Menge \tilde{A} auf X wird konvex genannt, wenn gilt: $\mu_{\tilde{A}}(\lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot x_2) \geq \text{Max}(\mu_{\tilde{A}}(x_1); \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad \forall x_1, x_2 \in X; \lambda \in [0,1]$		
Die algebraische Summe und das algebraische Produkt eignen sich neben dem Minimum- und dem Maximumoperator zur Beschreibung des Durchschnitts bzw. der Vereinigung unscharfer Mengen.		
Die Anwendung des Erweiterungsprinzips ist bei stetigen Fuzzy-Sets weniger aufwendig als bei diskreten.		
Die Fuzzy-Set-Theorie, auch Fuzzy-Mengen-Theorie genannt, überträgt die Idee der Mehrdeutigkeit auf die Zugehörigkeit eines Elementes zu einer unscharfen Menge.		
Die Menge $S(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq 0\}$ heißt stützende Menge der unscharfen Menge \tilde{A} .		
Zwei unscharfe Mengen \tilde{A} und \tilde{B} sind genau dann gleich, wenn mindestens ein Zugehörigkeitswert der beiden unscharfen Mengen identisch ist.		
Eine Fuzzy-Zahl \tilde{Z} heißt negative Fuzzy-Zahl, wenn $\tilde{Z} \neq \emptyset$ und $\mu_{\tilde{Z}}(x) = 0 \quad \forall x \geq 0$ gilt.		
Bei stetigen Fuzzy-Sets besitzen die jeweiligen Zugehörigkeitsfunktionen eine unendliche Anzahl von Elementen.		
Der Laufbereich der t-Norm Operatoren liegt zwischen dem Minimumoperator und der drastischen Summe.		
Entscheidungen die auf Grundlage der ε -Präferenz getroffen werden, weisen im Vergleich zur ρ -Präferenz ein höheres Sicherheitsniveau auf.		

b) Gegeben seien zwei unscharfe Mengen \tilde{A} und \tilde{B} .

\tilde{A} basiert auf der Grundmenge $A := \{x_1 \mid x_1 = 2, 3, 4\}$.

\tilde{B} basiert auf der Grundmenge $B := \{x_2 \mid x_2 = 3, 4, 9, 16, 25\}$.

Es gelte:

$$\mu_{\tilde{A}}(x_1) = \frac{2}{x_1} \quad \text{und} \quad \mu_{\tilde{B}}(x_2) = \frac{x_2}{\sqrt{x_2 + 20}}$$

- Bestimmen Sie die Zugehörigkeitswerte des kartesischen Produktes $\tilde{A} \times \tilde{B}$!
(Runden Sie Ihre Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen!)
- Berechnen Sie mit Hilfe des Erweiterungsprinzips und der Abbildung $g_1(x_1, x_2) = \text{Min}(x_1, x_2)$ die Menge $\text{Min}(\tilde{A}, \tilde{B})$!

(11 Punkte)

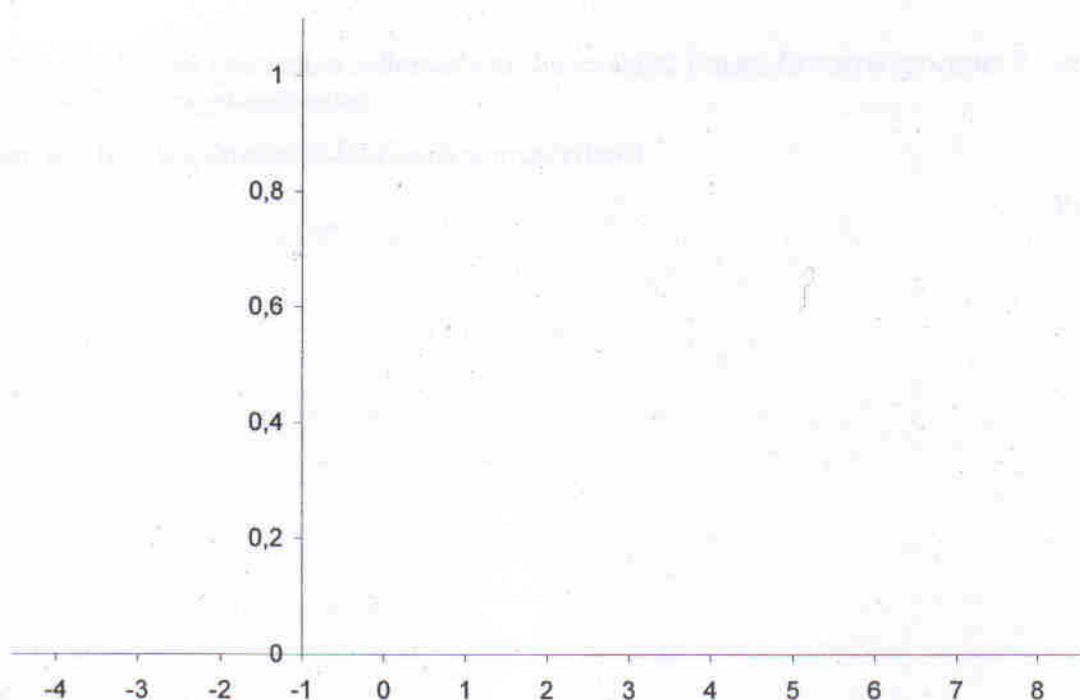
c) Gegeben sind die unscharfen Mengen:

$$\tilde{A} = (3; 6; 0, 5; 1, 5)_{LR}$$

$$\tilde{B} = (2; 4; 2; 1, 5)_{RL}$$

Ermitteln Sie $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$ und veranschaulichen Sie das Ergebnis grafisch! Beschriften Sie die Achsen sowie die markanten Bereiche auf der Abszisse!

(4 Punkte)



Aufgabe 2:**(30 Punkte)**

Gehen Sie von folgender Gewinnmatrix aus:

	S_1	S_2	S_3
A_1	24	33	36
A_2	26	32	34
A_3	20	28	35

Der risikoneutrale Entscheider schätzt den Eintritt der Umweltzustände S_1 , S_2 und S_3 wie folgt ein:

$$\tilde{P}(S_1) = (0,3; 0,32; 0,34; 0,36; 0,38; 0,4)$$

$$\tilde{P}(S_2) = (0,27; 0,28; 0,29; 0,31; 0,32; 0,33)$$

$$\tilde{P}(S_3) = (0,26; 0,3; 0,34; 0,36; 0,4; 0,44)$$

- a) Berechnen Sie für die oben angegebenen Umweltzustände S_1 , S_2 und S_3 die normierten Wahrscheinlichkeiten nach dem Rommelfanger-Algorithmus!

(23 Punkte)

- b) Ermitteln Sie für die relevanten Alternativen die exakten Fuzzy-Erwartungswerte \tilde{E}_i und begründen Sie Ihre Vorgehensweise!

(Runden Sie Ihre Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen!)

(7 Punkte)

Eine kleine Mopedfabrik baut und verkauft die beiden Typen Mofa und Lofa. Die Produktionskosten sowie der Arbeitszeitaufwand zur Erstellung der Produkte entnehmen Sie bitte der folgenden Tabelle:

	Herstellkosten je Stück	Arbeitsstunden je Stück
Mofa	$(5.000; 5.150; 30; 25)_{LR}$	30
Lofa	$(3.000; 3.050; 20; 10)_{LR}$	60

Das Tagesbudget für die Produktion beträgt 30.000 GE. In Ausnahmesituationen kann die Unternehmensleitung das Budget um maximal 15 % ausweiten. Jedoch sinkt die Zufriedenheit des Managements mit Überschreitungen des Tagesbudgets.

Pro Tag stehen für die Produktion insgesamt 480 Arbeitsstunden zur Verfügung. Durch die Anordnung von Überstunden kann die tägliche Gesamtarbeitszeit auf maximal 560 Stunden erhöht werden. Da die Anordnung von Überstunden zusätzliche Lohnkosten verursacht, möchte die Unternehmensleitung solche möglichst verhindern.

Die Marktforschungsabteilung schätzt die potentielle Nachfrage nach dem Produkt Lofa besser ein als diejenige nach dem Produkt Mofa. Aufgrund dessen will das Unternehmen mindestens dreimal so viele Lofas, wie Mofas produzieren.

Die Zufriedenheit der Unternehmensleitung steigt mit der Produktionsmenge der Lofas. Vollkommen unzufrieden ist das Management, wenn pro Tag weniger als 4 Lofas produziert werden. Vollkommen zufrieden ist die Unternehmensleitung bei einer Produktionsmenge von 6 Lofas pro Tag.

Das Unternehmen rechnet für das Produkt Mofa mit einem Stückdeckungsbeitrag von $(10.000; 10.500; 325; 275)_{LR}$ GE und beim Produkt Lofa mit einem Stückdeckungsbeitrag von $(5.000; 5.200; 80; 55)_{LR}$ GE. Ziel der Mopedfabrik ist die Maximierung der Gesamtdeckungsbeiträge.

- a) Formulieren Sie das relational und terminologisch unscharfe Ausgangsmodell sowie die Zugehörigkeitsfunktionen über die Zufriedenheit der Unternehmensleitung mit der Erfüllung der Restriktionen. Definieren Sie im Anschluss die entsprechenden Hilfsprogramme H1 / H2. Definieren Sie zudem die Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\bar{G}}(z)$ und erstellen Sie das Kompromissprogramm für das oben geschilderte Problem!

Beachten Sie bei der Formulierung von $\mu_{\bar{G}}(z)$, folgende Schranken:

$$\bar{z} = 55.000 \quad \text{und} \quad \underline{z} = 48.870!$$

Gehen Sie durchgängig von linearen Zugehörigkeitsfunktionen aus!

(24 Punkte)

- b) Grenzen Sie die verschiedenen Ziele, die bei der linearen Optimierung im Restriktionenraum berücksichtigt werden können, voneinander ab!

(6 Punkte)